#include <stdio.h>

#include <stdint.h>

#define mod\_add(a, b, modulus) ((modulus - a) > b) ? (a + b) : (a + b - modulus)

#define mod\_sub(a, b, modulus) (a >= b) ? (a - b) : (modulus - b + a)

//uint64\_t phi\_normal\_2[1024];

//uint64\_t phi\_inverse\_2[1024];

//uint64\_t wb\_normal\_2[1024];

//uint64\_t wb\_invers\_2[1024];

//uint64\_t scale\_2;

typedef int32\_t Torus32;

struct IntPolynomial {

const int32\_t N;

int32\_t coefs[1024]

};

/\*\* This structure represents an torus polynomial modulo X^N+1 \*/

struct TorusPolynomial {

const int32\_t N;

int32\_t coefsT[1024]

};

PolynomialMultFFT(struct TorusPolynomial \*c , struct IntPolynomial \*a , struct TorusPolynomial \*b );

void intt\_CT\_p(uint64\_t [] , uint64\_t , uint64\_t [] , int);

void ntt\_CT\_p(uint64\_t [], uint64\_t , int );

void bitrev\_shuffle\_p(uint64\_t [], int );

uint64\_t mod\_mul\_p(uint64\_t , uint64\_t , uint64\_t );

uint64\_t scale\_2 = 18428729670909296641U; // needed for inverse: n^(-1) N=2048

uint64\_t phi\_normal\_2[] = { 1UL,9630642590298920985UL,4440654710286119610UL,18208673802235871171UL,14430643036723656017UL,46126266471470262UL,4156731661302306550UL,12183329631800851959UL,14041890976876060974UL,10156112135473104598UL,864017031066625188UL,14258638079291991077UL,6529358023436602414UL,10217613760107104105UL,5463754609422739804UL,14941513789294353960UL,2198989700608UL,3779042834167253410UL,

12432372446044483551UL,13914901968176884607UL,18064315379978805435UL,9297807417575779104UL,4419568367257164534UL,8403662951119239610UL,411429644661718300UL,8423972467055778937UL,

7439966824493015109UL,9834288682592101494UL,9432384046970425189UL,9058023981881859525UL,6468851066622783835UL,13270592206047749221UL,8UL,3258164444733030596UL,17078493612874372559UL,

16542181931984879121UL,4764679877301742210UL,369010131771762096UL,14807109221003868079UL,5232916707333894067UL,1654663398520981866UL,7461920806126499500UL,6912136248533001504UL,3388640217848422690UL,

15341376048663650670UL,7953933803198495556UL,6816548736552749790UL,8851645897867325754UL,17591917604864UL,11785598603923442959UL,7225259221282946803UL,638751328927570930UL,15387314553928353233UL,

595483062947895548UL,16909802868642731951UL,11889071400710163917UL,3291437157293746400UL,12051547528202478533UL,4179502387700367909UL,4887333183078474668UL,1672096098105064228UL,

17123959646811123237UL,14857320394153102038UL,13931017301309072163UL,64UL,7618571488449660447UL,7500740417092890225UL,3210246969976942721UL,1223950879584769038UL,2952081054174096768UL,

7776409351543438706UL,4969845519841983894UL,13237307188167854928UL,4355134240768243037UL,18403601849434843390UL,8662377673372797199UL,12050543972821699434UL,8291238217344211485UL,17638901753592829678UL,15472934974694853069UL,140735340838912UL,2051068484314622067UL,2461841562019821461UL,5110010631420567440UL,12418052014939319938UL,4763864503583164384UL,6151214463239765361UL,

2878850858608389731UL,7884753188935386879UL,4178659878546906659UL,14989275032188358951UL,2205177325798628702UL,13376768784840513824UL,7864468688586895649UL,8178098736737310378UL,767673993985071378UL,

512UL,5608339699353530613UL,4665691128499368837UL,7235231690400957447UL,9791607036678152304UL,5169904363978189823UL,6871042604103756685UL,2865276019906702510UL,13664737158269917819UL,

16394329856731359975UL,18101606309576656873UL,13958789178738624629UL,4170631435500673867UL,10989673530509938917UL,11984005542840547177UL,13103015381071318626UL,1125882726711296UL,

16408547874516976536UL,1247988426743987367UL,3986596912535370878UL,7110695772441637899UL,1217427889836146430UL,12316227567088954246UL,4584062799452533527UL,7737793303239342069UL,

14982534958960668951UL,9233735841019365682UL,17641418606389029616UL,14780429931651188987UL,7575517300451412229UL,10084557685654730061UL,6141391951880571024UL,4096UL,7973229455999076262UL,

432040889165782054UL,2541621314963906613UL,4545880015766881148UL,4465746772996349942UL,18074852694000884838UL,4475464089839035759UL,17084176919086420947UL,2027430367948789553UL,

15685641990711164737UL,989849013421491106UL,14918307414590806615UL,14130411966421174052UL,3638323995651455811UL,12590402701497627403UL,9007061813690368UL,2141174510233722041UL,9983907413951898936UL,13446031230868382703UL,1545333971289350229UL,9739423118689171440UL,6296100189638712363UL,18225758326205683895UL,6562114217670983589UL,9179815255197845682UL,82910450496588172UL,12004140365210146681UL,

7562975036722005970UL,5263906195367544869UL,6889485207579503204UL,12237647476215399550UL,32768UL,8445603439748857133UL,3456327113326256432UL,1886226450296668583UL,17920296056720464863UL,

17279230114556215215UL,15471613066104988457UL,17356968649297701751UL,7546206866789277329UL,16219442943590316424UL,14804671509201811970UL,7918792107371928848UL,8665994900238946994UL,2362831314881886490UL,10659847895797062167UL,8489501264908097619UL,72056494509522944UL,17129396081869776328UL,6084283033956854204UL,15334529499874140019UL,12362671770314801832UL,

4128408671855034236UL,13475313378280530262UL,16678858123743380913UL,15603425602538700070UL,18098289833339012493UL,663283603972705376UL,3799402574608251843UL,5163568085532294797UL,

5217761424111190310UL,18222393521806856990UL,5667459462650274795UL,262144UL,12224595309747104101UL,9203872837195467135UL,15089811602373348664UL,14235159967861628657UL,9106632430547631473UL,

13092440112352401730UL,9728540708479523761UL,5029422726070465669UL,628335062820441145UL,7756907657126989834UL,8010104650731677821UL,13987726993667822989UL,455906449640507599UL,11491806888718160052UL,12575777911021027989UL,576451956076183552UL,7907960169056120377UL,11780776132825664990UL,11995771582505614226UL,6667653815445493051UL,14580525305425689567UL,15568786679171320491UL,

4303656504044957057UL,14146940403822094634UL,15659110180810009697UL,5306268831781643008UL,11948476527451430423UL,4415056545429189734UL,4848603254060353838UL,16651939688552765673UL,

8446187562373029718UL,2097152UL,5563042130903911203UL,18290750489319984117UL,10038028402499283386UL,3200815326405523330UL,17512827236137298821UL,12505800551746292235UL,4041349390177852804UL,

3341893669734556710UL,5026680502563529160UL,6715029048772165709UL,8740604997609669605UL,1221351532855077986UL,3647251597124060792UL,18147478832086943132UL,8372502941095302307UL,4611615648609468416UL,

7923449144205210053UL,2012488715532398315UL,3732452312971992203UL,16447742384734775766UL,5963738026918010610UL,13869829016883058002UL,15982507962945072135UL,2495058814089251146UL,14592417029992571650UL,5556662515423975422UL,3354091872538521779UL,16873708294018933551UL,1895337893653662062UL,4088309022520035137UL,12229268290740484781UL,16777216UL,7610848908402120982UL,

17198795428657782689UL,6517250942335929804UL,7159778541829602319UL,10975409403196300321UL,7812684066897416275UL,13884051052008238111UL,8288405288461869359UL,3319955881679064638UL,

16826744251348157030UL,14584607772633603877UL,9770812262840623888UL,10731268707577902015UL,16052622170793454809UL,11639791320518665493UL,18446181119461163007UL,8047360945397927461UL,16099909724259186520UL,11412874434361353303UL,2454730591976115881UL,10816416076514916238UL,278167718576958090UL,17179599287073071154UL,1513726443299424847UL,6058871823453067274UL,

7559811984562634734UL,8385990910893589911UL,5862457866249378161UL,15162703149229296496UL,14259728110745696775UL,5600425978850956643UL,134217728UL,5546559058973214893UL,8463154943360171265UL,

15244519399858269790UL,1937996126393065589UL,14016298947912065284UL,7161240326935577237UL,391943999578398962UL,10967010099451201909UL,8112902984017932783UL,5486745524883165993UL,

5996397764581325090UL,4379521825066653820UL,12063173382964878836UL,17740512949860132546UL,884610217076402339UL,18442240469787213809UL,9038655354939666725UL,18118813377585986234UL,

17516019197232489140UL,1191100666394342727UL,12744352334460992620UL,2225341748615664720UL,8309585810682478985UL,12109811546395398776UL,11577486448795369550UL,5138263668257324909UL,

11747695078904966325UL,10006174791165856646UL,10621160777346866042UL,3397360469478068274UL,7909919691978484502UL,1073741824UL,7478984332956550502UL,12365007338637617157UL,11275690782378652394UL,

15503969011144524712UL,1449927166809016346UL,1949690407240864933UL,3135551996627191696UL,13949104517951277988UL,9562991663899709301UL,7000476060236159302UL,11077693977821432078UL,

16589430531118646239UL,4271666716646109083UL,12796895112978970121UL,7076881736611218712UL,18410715272395620225UL,16969010631273580837UL,15823298534785799625UL,11000945091957822873UL,

9528805331154741816UL,9721098328615019355UL,17802733988925317760UL,11136454277216078917UL,4644772024090268603UL,386171243290034795UL,4212621207229430630UL,1747840284166808995UL,6262422051668515884UL,

11182309941116591052UL,8732139686409961871UL,7939125327584123053UL,8589934592UL,4491642455408651053UL,6686338362028015651UL,16418549981370881868UL,13351287672668691770UL,11599417334472130768UL,

15597523257926919464UL,6637671903602949247UL,912371727122717978UL,2716957033539337124UL,663576273645521453UL,14834575544913119340UL,3588235763047079665UL,15726589663754288343UL,

10141440556758839363UL,1274821684645996733UL,18158513693262871553UL,6624876564286556449UL,15905923861798891074UL,14220584458004245700UL,2443466371579597244UL,3981810351261817556UL,

13294663425500451833UL,15304657940070294052UL,264688053892980182UL,3089369946320278360UL,15254225588420860719UL,13982722273334471960UL,13205888274518958430UL,15671503251274391132UL,

14516885283035942005UL,8172770412429231461UL,68719476736UL,17486395573854624103UL,16597218757394956566UL,2221191365064964697UL,14576581034276612555UL,561618328704124539UL,14099721646927849786UL,

16207887089994425334UL,7298973816981743824UL,3288912198900112671UL,5308610189164171624UL,7996139942817448794UL,10259142034962052999UL,15132252893546800818UL,7344548176412377620UL,

10198573477167973864UL,16140901060200882177UL,16105524375463282950UL,16566926477903622666UL,3084211247546459674UL,1100986903222193631UL,13407738740679956127UL,14123587056930693059UL,

11756799104074846490UL,2117504431143841456UL,6268215501147642559UL,11353340290879379826UL,1181313770188269754UL,13413385849078745835UL,14691561593707623130UL,5454617847800030114UL,

10041931091190098725UL,549755813888UL,10763956104934902577UL,3650541573257562281UL,17769530920519717576UL,5932183857725394514UL,4492946629632996312UL,2117308758935292362UL,535888234053312425UL,

3051558327610197629UL,7864553521786317047UL,5575393374484204350UL,8628887334295837389UL,8286160002038086708UL,10377558731886900618UL,3416153203055267997UL,7801611539685453628UL,

18446744065119551490UL,18163730587218757674UL,3408203337326891081UL,6226945910957093071UL,8807895225777549048UL,15028189578366727411UL,2308232038958038546UL,1820672485525850315UL,

16940035449150731648UL,13252235870351971830UL,17039746049376701324UL,9450510161506158032UL,15073366445557045075UL,6852028333173479114UL,6743454643571072270UL,6548472451862452516UL,4398046511104UL,

12324672561820883332UL,10757588516645913927UL,13029038878255650361UL,10563982722973987470UL,17496828967649386175UL,16938470071482338896UL,4287105872426499400UL,5965722551466996711UL,

7576195966046783413UL,7709658857044466158UL,13690866466122946149UL,10949047808060940701UL,9233493577436867660UL,8882481555027559655UL,7072660109239876061UL,18446744035054321673UL,

16182636211847971145UL,8818882629200544327UL,12922079148827575926UL,15122929597976639421UL,9545052210446313362UL,19112242249724047UL,14565379884206802520UL,6393075107303762937UL,

13784166615742853035UL,7190759909111520345UL,1817105014390926972UL,9906467147968854674UL,17922738526558664270UL,17054149009739409518UL,15494291476070451486UL,35184372088832UL,6363660147494145051UL,

12273731855508974132UL,11998590678972281283UL,10724885506133562476UL,10847423255292999153UL,6380552085956620921UL,15850102909997410879UL,10832292272906805046UL,5269335520130514341UL,

6337038648111976301UL,17293211381910647587UL,13805406186829188324UL,80972341836603996UL,15719620231976724277UL,1241048665675255525UL,18446743794532483137UL,333881208881678913UL,

15210828825360601653UL,11142912843547685803UL,10302972367325609442UL,2573441405912169612UL,152897937997792376UL,5842574657166914234UL,14251112719600934854UL,18039612578869902675UL,

2185847064648409797UL,14536840115127415776UL,5464760906092500108UL,14254699726567223913UL,7305983592013185897UL,13273867392076105962UL,281474976710656UL,14015793041123991766UL,5956134496998871451UL,

3755005084705328659UL,12012107771410162524UL,12992409764685655940UL,14150928548823798726UL,16120358863491781106UL,12871361905596103084UL,5261196022214946086UL,13802821046066641766UL,

9218482569383090449UL,18209529147560584987UL,647778734692831968UL,15076497439326288290UL,9928389325402044200UL,18446741870357774849UL,2671049671053431304UL,11006166186397307298UL,

15356326470723149140UL,8636802660946538252UL,2140787177882772575UL,1223183503982339008UL,9847109118506145230UL,3328437340319972906UL,15189692145057131153UL,17486776517187278376UL,

5614256504531820282UL,6824599109910832222UL,3357133396050285378UL,3107636527861734213UL,13957218789535926091UL,2251799813685248UL,1445879912504428202UL,10755587837161802966UL,11593296608228044951UL,

3863141824208378587UL,11705557770412325915UL,2526963974102883882UL,18282406491446742922UL,10737174897695903067UL,5196080038890400046UL,18188848021460212523UL,18407628346820970629UL,

16549024694582589649UL,5182229877542655744UL,9931515098122800394UL,5640138325558016316UL,18446726476960108545UL,2921653299012866111UL,14262353213520121100UL,12170147349297687194UL,

13754189079328553053UL,17126297423062180600UL,9785468031858712064UL,4989896670390824556UL,8180754653145198927UL,10837072743969543298UL,10767003651596136761UL,8020563897425393614UL,

17703304740457489134UL,8410323098987698703UL,6414348153479289383UL,977285899799902802UL,18014398509481984UL,11567039300035425616UL,12257726419636086444UL,512652518751438003UL,12458390524252444375UL,

1410741816225685715UL,1768967723408486735UL,17132043445671853129UL,12110422903908887252UL,4675152172294031726UL,16383575685779609937UL,18133818288665674785UL,3264989070758626945UL,

4564350881512077310UL,5665144507324065868UL,8227618465634961886UL,18446603329778778113UL,4926482322688344567UL,3418361291673462874UL,5127458447308575947UL,17799792287555502819UL,

7883170898595354553UL,4496767977211359228UL,3025685224297427806UL,10105805016917838453UL,12909605674098009100UL,12349052935110756804UL,8824278971159395949UL,12499229437757822825UL,

11942352583657836661UL,14421297089005146422UL,7818287198399222416UL,144115188075855872UL,302594053210483323UL,5828091010015769947UL,4101220150011504024UL,7433403846946633395UL,11285934529805485720UL,

14151741787267893880UL,7929139079472734785UL,4649662884198176411UL,507729239523085166UL,1941397000334789249UL,15943337823423308033UL,7673168496654431239UL,18068062982682034159UL,

8427667919763358302UL,10480715516835942125UL,18445618152328134657UL,2518370442677587894UL,8900146263973118671UL,4126179439639438934UL,13271129814541932305UL,7725134980519083461UL,

17527399748276289503UL,5758737724964838127UL,7059463857684370340UL,11043125045711151195UL,6558703133813132827UL,15253999561031414629UL,7760115154989660995UL,3305100322189771683UL,

4689912295553665450UL,7206065378950026365UL,1152921504606846976UL,2420752425683866584UL,9731239941296990934UL,14363017130677447871UL,4126998567329314197UL,16500499960785548476UL,

2533469881655645114UL,8092880427538125317UL,303814934756242646UL,4061833916184681328UL,15531176002678313992UL,16866238170898958338UL,6045115764991696949UL,15417295375554183025UL,

12081111149863113453UL,10058747857029199716UL,18437736732722987009UL,1700219472006118831UL,15860937903541196405UL,14562691447700927151UL,13935318169262536835UL,6460847635908914725UL,

11091989500308225777UL,9176413660889536374UL,1135478653231209757UL,14558024088030872276UL,15576136931675893974UL,11351532071763811106UL,6740689031673534997UL,7994058508103589143UL,

625810225600154958UL,2308290823356457957UL,9223372036854775808UL,919275336056348351UL,4062943252717590188UL,4223672628932077042UL,14569244469219929255UL,2876791200382297561UL,1821014983830576591UL,

9402811212061249573UL,2430519478049941168UL,14047927260062866303UL,13568943604939006010UL,5802696881289576457UL,11467437981104406950UL,12657898587945958274UL,4415168851831986019UL,

6683006578575260444UL,18374685375881805825UL,13601755776048950648UL,16207038811842065314UL,5821067165119911282UL,802080937612788754UL,14793292948442149158UL,14948939724807468932UL,

18071077078872538029UL,9083829225849678056UL,5783728287759472282UL,13928631036919645866UL,17025280296452151564UL,17032024114559111334UL,8612235856584960181UL,5006481804801239664UL,

19582517437079335UL,17179869180UL,7354202688450786808UL,14056801952326137183UL,15342636962042032015UL,5873491337271928114UL,4567585533643796167UL,14568119870644612728UL,1435513418831659300UL,

997411754984945023UL,1702953664015424498UL,16317828492439126475UL,9528086911487443014UL,17952527571176918316UL,9029468356494744587UL,16874606745241303831UL,16570564489772914910UL,

17870274521152356353UL,16580325861318683579UL,529102008834432265UL,9675049182130121614UL,6416647500902310032UL,7665879171049687338UL,8911053381972245530UL,15441408145078213985UL,

17330401598553671485UL,9376338163246609614UL,748583878869661002UL,7075033885715122265UL,7128984430570800425UL,13557654644435928485UL,3158366299580748670UL,156660139496634680UL,137438953440UL,

3493389299362541501UL,1773951202121591538UL,12060631279848750194UL,10094442559346256270UL,18093940199735785015UL,5864494548669395898UL,11484107350653274400UL,7979294039879560184UL,

13623629312123395984UL,1415419453610921553UL,2437719014241206828UL,14493012083513256281UL,16895514643714203733UL,5869645476028340401UL,3437307432281229033UL,13834987683316760577UL,

3515398404647378385UL,4232816070675458120UL,3613417179382635628UL,14439691868389311614UL,5986801160153745741UL,15948194847534211277UL,12850800744138205954UL,9516004302527281633UL,

1223729028314539628UL,5988671030957288016UL,1260038877477225157UL,1691643236322650437UL,16227516808414506275UL,6820186327231405039UL,1253281115973077440UL,1099511627520UL,9500370325485747687UL,

14191609616972732304UL,4251329891717079947UL,6968564197111712876UL,15624313111984189873UL,10022468250525998542UL,18085882527567857916UL,8494120110792728509UL,16755314149914246267UL,

11323355628887372424UL,1055008044515070303UL,5263632251618544322UL,6036908663811539617UL,10063675669397554566UL,9051715388835247943UL,18446181119461163011UL,9676443167764442759UL,

15415784495989080639UL,10460593365646500703UL,4837070530626986986UL,11000921142400797286UL,16905094363786184290UL,10572685606032726027UL,2341058142559915780UL,9789832226516317024UL,

11015880108829135486UL,10080311019817801256UL,13533145890581203496UL,692925981413959953UL,17668002479022071670UL,10026248927784619520UL,8796093020160UL,2215986326227644212UL,2852412519294352506UL,

15563895064322055255UL,408281368649950045UL,14314040479386013058UL,6392769726549651052UL,15559851734640773081UL,12612728678098075109UL,4915304713411879889UL,16799868753440642108UL,

8440064356120562424UL,5215569874119185934UL,11401781171663148294UL,6722429077522099244UL,17073490902438230581UL,18442240469787213841UL,3624569064457204788UL,12645811551425139186UL,

9897770647513668340UL,1803076106186727246UL,14220392861548041004UL,6113546424387384073UL,10794508570603470932UL,281721071064741919UL,4531681534472198908UL,14340064592974746604UL,

6855511880884072764UL,16031446777576706363UL,5543407851311679624UL,12216811346274483113UL,6423015144618618876UL,70368744161280UL,17727890609821153696UL,4372556084940235727UL,13830696098088936114UL,

3266250949199600360UL,3831859418600598538UL,14248669673568039774UL,13798349460638678722UL,8668109077711679267UL,2428949568465870470UL,5271741541623046617UL,12180282640720746429UL,

4831070854124318830UL,17427273095646849068UL,16885944481347625310UL,7460718733603754401UL,18410715272395620481UL,10549808446243053983UL,8932772064328191883UL,5395188902451009436UL,

14424608849493817968UL,3082678475896822106UL,12014883256269903942UL,12569092287169430172UL,2253768568517935352UL,17806708206363006943UL,4040052327310466906UL,17950606908243413470UL,

17571109804126144978UL,7453774671664268350UL,5500770423122943299UL,14490633018119782366UL,562949953290240UL,12695916392667139321UL,16533704610107301495UL,18411848437638567307UL,7683263524182218559UL,

12208131279390203983UL,3308892972056812266UL,18153075338036508171UL,14004640413449681173UL,984852478312379439UL,5280444194155204294UL,5208540778693049827UL,1755078694165381998UL,

10290976279272702297UL,5960347364878912233UL,4345517660586282245UL,18158513693262873601UL,10611491292286094580UL,16121944306381782101UL,6268023080778906846UL,4716406379463037818UL,

6214683737759992527UL,3885345703086309931UL,8319017950282519771UL,18030148548143482816UL,13326457165001965297UL,13873674549069150927UL,14477646780045217513UL,11441669947107069577UL,

4289965165070393837UL,7112675246154377750UL,5244599728470753002UL,4503599626321920UL,9333610794264192963UL,3142428394956321713UL,18167579015206448209UL,6125875985213995509UL,5431329888048710259UL,

8024399707039913807UL,16097394218389975121UL,1356658891109943458UL,7878819826499035512UL,5350065414412465710UL,4774838090715229974UL,14040629553323055984UL,8540833956523281092UL,

10789290780202129222UL,16317397215275673639UL,16140901060200898561UL,11104954060630419356UL,18295090034566750882UL,13250696507402086126UL,837762896875133902UL,12823981763250771574UL,

12636021555275895127UL,11211911394016405205UL,15113979899245772281UL,14377936972942800771UL,308931976065701490UL,5140709823874234178UL,17746383299198219332UL,15872977251148566375UL,

1561169760991269037UL,5063309688936855374UL,36028797010575360UL,881910076455206420UL,6692683090235989383UL,16213423635749495425UL,12113519742882795430UL,6557150965560513430UL,8854965448075557493UL,

18098689330632295042UL,10853271128879547664UL,7690326403748531133UL,5907035176470557038UL,1305216586892671150UL,1644572010096941946UL,12986439443942495773UL,12527349963958696492UL,

1411969236303298865UL,18446744065119682562UL,15052656207385017564UL,17233511790631916809UL,13771851712143767403UL,6702103175001071216UL,10358133758933250987UL,8854452095134239411UL,

15908314874472904356UL,10231374777478672322UL,4343031367054900242UL,2471455808525611920UL,4232190452164704782UL,12843857907683664409UL,16303353592701025074UL,12489358087930152296UL,

3612989372665674350UL,288230376084602880UL,7055280611641651360UL,16647976583058746422UL,580180600093873153UL,4674437595989441835UL,15563719585654938798UL,15499491376360706981UL,

15662306159156270089UL,13039192753378044028UL,6182379021744496101UL,10362793272935287662UL,10441732695141369200UL,13156576080775535568UL,11657795204467044579UL,7985079364596650331UL,

11295753890426390920UL,18446744035055370249UL,9740785242592634586UL,8740885839153244225UL,17941093350077217619UL,16723337261179401086UL,9078093793807670612UL,15495384552830162325UL,

16586054579295728922UL,8064021942171041292UL,16297506867024617615UL,1324902398790311039UL,15410779547903053935UL,10517142914396393667UL,1299620255706110345UL,7681144356368296763UL,

10457170911910810479UL,2305843008676823040UL,1102012684889457917UL,4056604178567881129UL,4641444800750985224UL,502012629086366038UL,13829292268752004458UL,13315466594398149922UL,

14617984856762654786UL,12079821679951430619UL,12565544035126800166UL,9115369905823964012UL,9746885283472616316UL,13018888299131362939UL,1028641288663435027UL,8540402708529449685UL,

16579054845752790076UL,18446743794540871745UL,4139305663082739404UL,14586854504982200837UL,14401538314715650705UL,4659489603533118441UL,17284518142217611933UL,13282612006153792674UL,

3561228148463741129UL,9171943329124577373UL,1252846450294850673UL,10599219190322488312UL,12605771966736925554UL,10350167037512812052UL,10396962045648882760UL,6108922642702621141UL,

9870391017628146548UL };

uint64\_t wb\_normal\_2[] = { 18446744069414584320UL,281474976710656UL,18446744069414584320UL,16777216UL,281474976710656UL,1099511627520UL,18446744069414584320UL,4096UL,16777216UL,68719476736UL,281474976710656UL,

1152921504606846976UL,1099511627520UL,4503599626321920UL,18446744069414584320UL,64UL,4096UL,262144UL,16777216UL,1073741824UL,68719476736UL,4398046511104UL,281474976710656UL,18014398509481984UL,

1152921504606846976UL,17179869180UL,1099511627520UL,70368744161280UL,4503599626321920UL,288230376084602880UL,18446744069414584320UL,8UL,64UL,512UL,4096UL,32768UL,262144UL,2097152UL,16777216UL,

134217728UL,1073741824UL,8589934592UL,68719476736UL,549755813888UL,4398046511104UL,35184372088832UL,281474976710656UL,2251799813685248UL,18014398509481984UL,144115188075855872UL,

1152921504606846976UL,9223372036854775808UL,17179869180UL,137438953440UL,1099511627520UL,8796093020160UL,70368744161280UL,562949953290240UL,4503599626321920UL,36028797010575360UL,288230376084602880UL,2305843008676823040UL,18446744069414584320UL,2198989700608UL,8UL,17591917604864UL,64UL,140735340838912UL,512UL,1125882726711296UL,4096UL,9007061813690368UL,32768UL,

72056494509522944UL,262144UL,576451956076183552UL,2097152UL,4611615648609468416UL,16777216UL,18446181119461163007UL,134217728UL,18442240469787213809UL,1073741824UL,18410715272395620225UL,

8589934592UL,18158513693262871553UL,68719476736UL,16140901060200882177UL,549755813888UL,18446744065119551490UL,4398046511104UL,18446744035054321673UL,35184372088832UL,18446743794532483137UL,

281474976710656UL,18446741870357774849UL,2251799813685248UL,18446726476960108545UL,18014398509481984UL,18446603329778778113UL,144115188075855872UL,18445618152328134657UL,1152921504606846976UL,

18437736732722987009UL,9223372036854775808UL,18374685375881805825UL,17179869180UL,17870274521152356353UL,137438953440UL,13834987683316760577UL,1099511627520UL,18446181119461163011UL,8796093020160UL,

18442240469787213841UL,70368744161280UL,18410715272395620481UL,562949953290240UL,18158513693262873601UL,4503599626321920UL,16140901060200898561UL,36028797010575360UL,18446744065119682562UL,

288230376084602880UL,18446744035055370249UL,2305843008676823040UL,18446743794540871745UL,18446744069414584320UL,14041890976876060974UL,2198989700608UL,411429644661718300UL,8UL,1654663398520981866UL,

17591917604864UL,3291437157293746400UL,64UL,13237307188167854928UL,140735340838912UL,7884753188935386879UL,512UL,13664737158269917819UL,1125882726711296UL,7737793303239342069UL,4096UL,

17084176919086420947UL,9007061813690368UL,6562114217670983589UL,32768UL,7546206866789277329UL,72056494509522944UL,15603425602538700070UL,262144UL,5029422726070465669UL,576451956076183552UL,

14146940403822094634UL,2097152UL,3341893669734556710UL,4611615648609468416UL,2495058814089251146UL,16777216UL,8288405288461869359UL,18446181119461163007UL,1513726443299424847UL,134217728UL,10967010099451201909UL,18442240469787213809UL,12109811546395398776UL,1073741824UL,13949104517951277988UL,18410715272395620225UL,4644772024090268603UL,8589934592UL,912371727122717978UL,

18158513693262871553UL,264688053892980182UL,68719476736UL,7298973816981743824UL,16140901060200882177UL,2117504431143841456UL,549755813888UL,3051558327610197629UL,18446744065119551490UL,

16940035449150731648UL,4398046511104UL,5965722551466996711UL,18446744035054321673UL,6393075107303762937UL,35184372088832UL,10832292272906805046UL,18446743794532483137UL,14251112719600934854UL,

281474976710656UL,12871361905596103084UL,18446741870357774849UL,3328437340319972906UL,2251799813685248UL,10737174897695903067UL,18446726476960108545UL,8180754653145198927UL,18014398509481984UL,

12110422903908887252UL,18446603329778778113UL,10105805016917838453UL,144115188075855872UL,4649662884198176411UL,18445618152328134657UL,7059463857684370340UL,1152921504606846976UL,303814934756242646UL,18437736732722987009UL,1135478653231209757UL,9223372036854775808UL,2430519478049941168UL,18374685375881805825UL,9083829225849678056UL,17179869180UL,997411754984945023UL,

17870274521152356353UL,17330401598553671485UL,137438953440UL,7979294039879560184UL,13834987683316760577UL,9516004302527281633UL,1099511627520UL,8494120110792728509UL,18446181119461163011UL,

2341058142559915780UL,8796093020160UL,12612728678098075109UL,18442240469787213841UL,281721071064741919UL,70368744161280UL,8668109077711679267UL,18410715272395620481UL,2253768568517935352UL,

562949953290240UL,14004640413449681173UL,18158513693262873601UL,18030148548143482816UL,4503599626321920UL,1356658891109943458UL,16140901060200898561UL,15113979899245772281UL,36028797010575360UL,10853271128879547664UL,18446744065119682562UL,10231374777478672322UL,288230376084602880UL,13039192753378044028UL,18446744035055370249UL,8064021942171041292UL,2305843008676823040UL,

12079821679951430619UL,18446743794540871745UL,9171943329124577373UL,18446744069414584320UL,14430643036723656017UL,14041890976876060974UL,6529358023436602414UL,2198989700608UL,18064315379978805435UL,

411429644661718300UL,9432384046970425189UL,8UL,4764679877301742210UL,1654663398520981866UL,15341376048663650670UL,17591917604864UL,15387314553928353233UL,3291437157293746400UL,1672096098105064228UL,

64UL,1223950879584769038UL,13237307188167854928UL,12050543972821699434UL,140735340838912UL,12418052014939319938UL,7884753188935386879UL,13376768784840513824UL,512UL,9791607036678152304UL,

13664737158269917819UL,4170631435500673867UL,1125882726711296UL,7110695772441637899UL,7737793303239342069UL,14780429931651188987UL,4096UL,4545880015766881148UL,17084176919086420947UL,

14918307414590806615UL,9007061813690368UL,1545333971289350229UL,6562114217670983589UL,7562975036722005970UL,32768UL,17920296056720464863UL,7546206866789277329UL,8665994900238946994UL,72056494509522944UL,12362671770314801832UL,15603425602538700070UL,5163568085532294797UL,262144UL,14235159967861628657UL,5029422726070465669UL,13987726993667822989UL,576451956076183552UL,

6667653815445493051UL,14146940403822094634UL,4415056545429189734UL,2097152UL,3200815326405523330UL,3341893669734556710UL,1221351532855077986UL,4611615648609468416UL,16447742384734775766UL,

2495058814089251146UL,16873708294018933551UL,16777216UL,7159778541829602319UL,8288405288461869359UL,9770812262840623888UL,18446181119461163007UL,2454730591976115881UL,1513726443299424847UL,

5862457866249378161UL,134217728UL,1937996126393065589UL,10967010099451201909UL,4379521825066653820UL,18442240469787213809UL,1191100666394342727UL,12109811546395398776UL,10006174791165856646UL,

1073741824UL,15503969011144524712UL,13949104517951277988UL,16589430531118646239UL,18410715272395620225UL,9528805331154741816UL,4644772024090268603UL,6262422051668515884UL,8589934592UL,13351287672668691770UL,912371727122717978UL,3588235763047079665UL,18158513693262871553UL,2443466371579597244UL,264688053892980182UL,13205888274518958430UL,68719476736UL,14576581034276612555UL,

7298973816981743824UL,10259142034962052999UL,16140901060200882177UL,1100986903222193631UL,2117504431143841456UL,13413385849078745835UL,549755813888UL,5932183857725394514UL,3051558327610197629UL,

8286160002038086708UL,18446744065119551490UL,8807895225777549048UL,16940035449150731648UL,15073366445557045075UL,4398046511104UL,10563982722973987470UL,5965722551466996711UL,10949047808060940701UL,

18446744035054321673UL,15122929597976639421UL,6393075107303762937UL,9906467147968854674UL,35184372088832UL,10724885506133562476UL,10832292272906805046UL,13805406186829188324UL,18446743794532483137UL,

10302972367325609442UL,14251112719600934854UL,5464760906092500108UL,281474976710656UL,12012107771410162524UL,12871361905596103084UL,18209529147560584987UL,18446741870357774849UL,

8636802660946538252UL,3328437340319972906UL,6824599109910832222UL,2251799813685248UL,3863141824208378587UL,10737174897695903067UL,16549024694582589649UL,18446726476960108545UL,13754189079328553053UL,

8180754653145198927UL,17703304740457489134UL,18014398509481984UL,12458390524252444375UL,12110422903908887252UL,3264989070758626945UL,18446603329778778113UL,17799792287555502819UL,10105805016917838453UL,12499229437757822825UL,144115188075855872UL,7433403846946633395UL,4649662884198176411UL,7673168496654431239UL,18445618152328134657UL,13271129814541932305UL,

7059463857684370340UL,7760115154989660995UL,1152921504606846976UL,4126998567329314197UL,303814934756242646UL,6045115764991696949UL,18437736732722987009UL,13935318169262536835UL,1135478653231209757UL,

6740689031673534997UL,9223372036854775808UL,14569244469219929255UL,2430519478049941168UL,11467437981104406950UL,18374685375881805825UL,802080937612788754UL,9083829225849678056UL,

17032024114559111334UL,17179869180UL,5873491337271928114UL,997411754984945023UL,17952527571176918316UL,17870274521152356353UL,6416647500902310032UL,17330401598553671485UL,7128984430570800425UL,

137438953440UL,10094442559346256270UL,7979294039879560184UL,14493012083513256281UL,13834987683316760577UL,14439691868389311614UL,9516004302527281633UL,1691643236322650437UL,1099511627520UL,

6968564197111712876UL,8494120110792728509UL,5263632251618544322UL,18446181119461163011UL,4837070530626986986UL,2341058142559915780UL,13533145890581203496UL,8796093020160UL,408281368649950045UL,

12612728678098075109UL,5215569874119185934UL,18442240469787213841UL,1803076106186727246UL,281721071064741919UL,16031446777576706363UL,70368744161280UL,3266250949199600360UL,8668109077711679267UL,

4831070854124318830UL,18410715272395620481UL,14424608849493817968UL,2253768568517935352UL,17571109804126144978UL,562949953290240UL,7683263524182218559UL,14004640413449681173UL,1755078694165381998UL,

18158513693262873601UL,4716406379463037818UL,18030148548143482816UL,11441669947107069577UL,4503599626321920UL,6125875985213995509UL,1356658891109943458UL,14040629553323055984UL,

16140901060200898561UL,837762896875133902UL,15113979899245772281UL,17746383299198219332UL,36028797010575360UL,12113519742882795430UL,10853271128879547664UL,1644572010096941946UL,

18446744065119682562UL,6702103175001071216UL,10231374777478672322UL,12843857907683664409UL,288230376084602880UL,4674437595989441835UL,13039192753378044028UL,13156576080775535568UL,18446744035055370249UL,16723337261179401086UL,8064021942171041292UL,10517142914396393667UL,2305843008676823040UL,502012629086366038UL,12079821679951430619UL,13018888299131362939UL,

18446743794540871745UL,4659489603533118441UL,9171943329124577373UL,10350167037512812052UL,18446744069414584320UL,4440654710286119610UL,14430643036723656017UL,4156731661302306550UL,

14041890976876060974UL,864017031066625188UL,6529358023436602414UL,5463754609422739804UL,2198989700608UL,12432372446044483551UL,18064315379978805435UL,4419568367257164534UL,411429644661718300UL,

7439966824493015109UL,9432384046970425189UL,6468851066622783835UL,8UL,17078493612874372559UL,4764679877301742210UL,14807109221003868079UL,1654663398520981866UL,6912136248533001504UL,

15341376048663650670UL,6816548736552749790UL,17591917604864UL,7225259221282946803UL,15387314553928353233UL,16909802868642731951UL,3291437157293746400UL,4179502387700367909UL,1672096098105064228UL,

14857320394153102038UL,64UL,7500740417092890225UL,1223950879584769038UL,7776409351543438706UL,13237307188167854928UL,18403601849434843390UL,12050543972821699434UL,17638901753592829678UL,

140735340838912UL,2461841562019821461UL,12418052014939319938UL,6151214463239765361UL,7884753188935386879UL,14989275032188358951UL,13376768784840513824UL,8178098736737310378UL,512UL,

4665691128499368837UL,9791607036678152304UL,6871042604103756685UL,13664737158269917819UL,18101606309576656873UL,4170631435500673867UL,11984005542840547177UL,1125882726711296UL,1247988426743987367UL,

7110695772441637899UL,12316227567088954246UL,7737793303239342069UL,9233735841019365682UL,14780429931651188987UL,10084557685654730061UL,4096UL,432040889165782054UL,4545880015766881148UL,

18074852694000884838UL,17084176919086420947UL,15685641990711164737UL,14918307414590806615UL,3638323995651455811UL,9007061813690368UL,9983907413951898936UL,1545333971289350229UL,6296100189638712363UL,

6562114217670983589UL,82910450496588172UL,7562975036722005970UL,6889485207579503204UL,32768UL,3456327113326256432UL,17920296056720464863UL,15471613066104988457UL,7546206866789277329UL,

14804671509201811970UL,8665994900238946994UL,10659847895797062167UL,72056494509522944UL,6084283033956854204UL,12362671770314801832UL,13475313378280530262UL,15603425602538700070UL,

663283603972705376UL,5163568085532294797UL,18222393521806856990UL,262144UL,9203872837195467135UL,14235159967861628657UL,13092440112352401730UL,5029422726070465669UL,7756907657126989834UL,13987726993667822989UL,11491806888718160052UL,576451956076183552UL,11780776132825664990UL,6667653815445493051UL,15568786679171320491UL,14146940403822094634UL,5306268831781643008UL,

4415056545429189734UL,16651939688552765673UL,2097152UL,18290750489319984117UL,3200815326405523330UL,12505800551746292235UL,3341893669734556710UL,6715029048772165709UL,1221351532855077986UL,

18147478832086943132UL,4611615648609468416UL,2012488715532398315UL,16447742384734775766UL,13869829016883058002UL,2495058814089251146UL,5556662515423975422UL,16873708294018933551UL,

4088309022520035137UL,16777216UL,17198795428657782689UL,7159778541829602319UL,7812684066897416275UL,8288405288461869359UL,16826744251348157030UL,9770812262840623888UL,16052622170793454809UL,

18446181119461163007UL,16099909724259186520UL,2454730591976115881UL,278167718576958090UL,1513726443299424847UL,7559811984562634734UL,5862457866249378161UL,14259728110745696775UL,134217728UL,

8463154943360171265UL,1937996126393065589UL,7161240326935577237UL,10967010099451201909UL,5486745524883165993UL,4379521825066653820UL,17740512949860132546UL,18442240469787213809UL,

18118813377585986234UL,1191100666394342727UL,2225341748615664720UL,12109811546395398776UL,5138263668257324909UL,10006174791165856646UL,3397360469478068274UL,1073741824UL,12365007338637617157UL,

15503969011144524712UL,1949690407240864933UL,13949104517951277988UL,7000476060236159302UL,16589430531118646239UL,12796895112978970121UL,18410715272395620225UL,15823298534785799625UL,

9528805331154741816UL,17802733988925317760UL,4644772024090268603UL,4212621207229430630UL,6262422051668515884UL,8732139686409961871UL,8589934592UL,6686338362028015651UL,13351287672668691770UL,

15597523257926919464UL,912371727122717978UL,663576273645521453UL,3588235763047079665UL,10141440556758839363UL,18158513693262871553UL,15905923861798891074UL,2443466371579597244UL,

13294663425500451833UL,264688053892980182UL,15254225588420860719UL,13205888274518958430UL,14516885283035942005UL,68719476736UL,16597218757394956566UL,14576581034276612555UL,14099721646927849786UL,

7298973816981743824UL,5308610189164171624UL,10259142034962052999UL,7344548176412377620UL,16140901060200882177UL,16566926477903622666UL,1100986903222193631UL,14123587056930693059UL,

2117504431143841456UL,11353340290879379826UL,13413385849078745835UL,5454617847800030114UL,549755813888UL,3650541573257562281UL,5932183857725394514UL,2117308758935292362UL,3051558327610197629UL,

5575393374484204350UL,8286160002038086708UL,3416153203055267997UL,18446744065119551490UL,3408203337326891081UL,8807895225777549048UL,2308232038958038546UL,16940035449150731648UL,

17039746049376701324UL,15073366445557045075UL,6743454643571072270UL,4398046511104UL,10757588516645913927UL,10563982722973987470UL,16938470071482338896UL,5965722551466996711UL,7709658857044466158UL,

10949047808060940701UL,8882481555027559655UL,18446744035054321673UL,8818882629200544327UL,15122929597976639421UL,19112242249724047UL,6393075107303762937UL,7190759909111520345UL,9906467147968854674UL,

17054149009739409518UL,35184372088832UL,12273731855508974132UL,10724885506133562476UL,6380552085956620921UL,10832292272906805046UL,6337038648111976301UL,13805406186829188324UL,15719620231976724277UL,

18446743794532483137UL,15210828825360601653UL,10302972367325609442UL,152897937997792376UL,14251112719600934854UL,2185847064648409797UL,5464760906092500108UL,7305983592013185897UL,281474976710656UL,5956134496998871451UL,12012107771410162524UL,14150928548823798726UL,12871361905596103084UL,13802821046066641766UL,18209529147560584987UL,15076497439326288290UL,18446741870357774849UL,

11006166186397307298UL,8636802660946538252UL,1223183503982339008UL,3328437340319972906UL,17486776517187278376UL,6824599109910832222UL,3107636527861734213UL,2251799813685248UL,10755587837161802966UL,

3863141824208378587UL,2526963974102883882UL,10737174897695903067UL,18188848021460212523UL,16549024694582589649UL,9931515098122800394UL,18446726476960108545UL,14262353213520121100UL,

13754189079328553053UL,9785468031858712064UL,8180754653145198927UL,10767003651596136761UL,17703304740457489134UL,6414348153479289383UL,18014398509481984UL,12257726419636086444UL,

12458390524252444375UL,1768967723408486735UL,12110422903908887252UL,16383575685779609937UL,3264989070758626945UL,5665144507324065868UL,18446603329778778113UL,3418361291673462874UL,

17799792287555502819UL,4496767977211359228UL,10105805016917838453UL,12349052935110756804UL,12499229437757822825UL,14421297089005146422UL,144115188075855872UL,5828091010015769947UL,7433403846946633395UL,14151741787267893880UL,4649662884198176411UL,1941397000334789249UL,7673168496654431239UL,8427667919763358302UL,18445618152328134657UL,8900146263973118671UL,

13271129814541932305UL,17527399748276289503UL,7059463857684370340UL,6558703133813132827UL,7760115154989660995UL,4689912295553665450UL,1152921504606846976UL,9731239941296990934UL,

4126998567329314197UL,2533469881655645114UL,303814934756242646UL,15531176002678313992UL,6045115764991696949UL,12081111149863113453UL,18437736732722987009UL,15860937903541196405UL,

13935318169262536835UL,11091989500308225777UL,1135478653231209757UL,15576136931675893974UL,6740689031673534997UL,625810225600154958UL,9223372036854775808UL,4062943252717590188UL,

14569244469219929255UL,1821014983830576591UL,2430519478049941168UL,13568943604939006010UL,11467437981104406950UL,4415168851831986019UL,18374685375881805825UL,16207038811842065314UL,

802080937612788754UL,14948939724807468932UL,9083829225849678056UL,13928631036919645866UL,17032024114559111334UL,5006481804801239664UL,17179869180UL,14056801952326137183UL,5873491337271928114UL,

14568119870644612728UL,997411754984945023UL,16317828492439126475UL,17952527571176918316UL,16874606745241303831UL,17870274521152356353UL,529102008834432265UL,6416647500902310032UL,

8911053381972245530UL,17330401598553671485UL,748583878869661002UL,7128984430570800425UL,3158366299580748670UL,137438953440UL,1773951202121591538UL,10094442559346256270UL,5864494548669395898UL,

7979294039879560184UL,1415419453610921553UL,14493012083513256281UL,5869645476028340401UL,13834987683316760577UL,4232816070675458120UL,14439691868389311614UL,15948194847534211277UL,

9516004302527281633UL,5988671030957288016UL,1691643236322650437UL,6820186327231405039UL,1099511627520UL,14191609616972732304UL,6968564197111712876UL,10022468250525998542UL,8494120110792728509UL,

11323355628887372424UL,5263632251618544322UL,10063675669397554566UL,18446181119461163011UL,15415784495989080639UL,4837070530626986986UL,16905094363786184290UL,2341058142559915780UL,

11015880108829135486UL,13533145890581203496UL,17668002479022071670UL,8796093020160UL,2852412519294352506UL,408281368649950045UL,6392769726549651052UL,12612728678098075109UL,16799868753440642108UL,

5215569874119185934UL,6722429077522099244UL,18442240469787213841UL,12645811551425139186UL,1803076106186727246UL,6113546424387384073UL,281721071064741919UL,14340064592974746604UL,

16031446777576706363UL,12216811346274483113UL,70368744161280UL,4372556084940235727UL,3266250949199600360UL,14248669673568039774UL,8668109077711679267UL,5271741541623046617UL,4831070854124318830UL,

16885944481347625310UL,18410715272395620481UL,8932772064328191883UL,14424608849493817968UL,12014883256269903942UL,2253768568517935352UL,4040052327310466906UL,17571109804126144978UL,

5500770423122943299UL,562949953290240UL,16533704610107301495UL,7683263524182218559UL,3308892972056812266UL,14004640413449681173UL,5280444194155204294UL,1755078694165381998UL,5960347364878912233UL,

18158513693262873601UL,16121944306381782101UL,4716406379463037818UL,3885345703086309931UL,18030148548143482816UL,13873674549069150927UL,11441669947107069577UL,7112675246154377750UL,

4503599626321920UL,3142428394956321713UL,6125875985213995509UL,8024399707039913807UL,1356658891109943458UL,5350065414412465710UL,14040629553323055984UL,10789290780202129222UL,16140901060200898561UL,

18295090034566750882UL,837762896875133902UL,12636021555275895127UL,15113979899245772281UL,308931976065701490UL,17746383299198219332UL,1561169760991269037UL,36028797010575360UL,6692683090235989383UL,12113519742882795430UL,8854965448075557493UL,10853271128879547664UL,5907035176470557038UL,1644572010096941946UL,12527349963958696492UL,18446744065119682562UL,17233511790631916809UL,

6702103175001071216UL,8854452095134239411UL,10231374777478672322UL,2471455808525611920UL,12843857907683664409UL,12489358087930152296UL,288230376084602880UL,16647976583058746422UL,

4674437595989441835UL,15499491376360706981UL,13039192753378044028UL,10362793272935287662UL,13156576080775535568UL,7985079364596650331UL,18446744035055370249UL,8740885839153244225UL,

16723337261179401086UL,15495384552830162325UL,8064021942171041292UL,1324902398790311039UL,10517142914396393667UL,7681144356368296763UL,2305843008676823040UL,4056604178567881129UL,

502012629086366038UL,13315466594398149922UL,12079821679951430619UL,9115369905823964012UL,13018888299131362939UL,8540402708529449685UL,18446743794540871745UL,14586854504982200837UL,

4659489603533118441UL,13282612006153792674UL,9171943329124577373UL,10599219190322488312UL,10350167037512812052UL,6108922642702621141UL,18446744069414584320UL };

uint64\_t wb\_inverse\_2[] = { 18446744069414584320UL,18446462594437873665UL,18446744069414584320UL,18446742969902956801UL,18446462594437873665UL,18446744069397807105UL,18446744069414584320UL,18442240469788262401UL,

18446742969902956801UL,17293822564807737345UL,18446462594437873665UL,18446744000695107585UL,18446744069397807105UL,18446744069414580225UL,18446744069414584320UL,18158513693329981441UL,

18442240469788262401UL,18446673700670423041UL,18446742969902956801UL,18446744052234715141UL,17293822564807737345UL,18428729670905102337UL,18446462594437873665UL,18446739671368073217UL,

18446744000695107585UL,18446744068340842497UL,18446744069397807105UL,18446744069414322177UL,18446744069414580225UL,18446744069414584257UL,18446744069414584320UL,16140901060737761281UL,18158513693329981441UL,18410715272404008961UL,18442240469788262401UL,18446181119461294081UL,18446673700670423041UL,18446735273321564161UL,18446742969902956801UL,18446743931975630881UL,

18446744052234715141UL,9223372032559808513UL,17293822564807737345UL,18302628881338728449UL,18428729670905102337UL,18444492269600899073UL,18446462594437873665UL,18446708885042495489UL,

18446739671368073217UL,18446743519658770433UL,18446744000695107585UL,18446744060824649729UL,18446744068340842497UL,18446744069280366593UL,18446744069397807105UL,18446744069412487169UL,

18446744069414322177UL,18446744069414551553UL,18446744069414580225UL,18446744069414583809UL,18446744069414584257UL,18446744069414584313UL,18446744069414584320UL,274873712576UL,16140901060737761281UL,

34359214072UL,18158513693329981441UL,4294901759UL,18410715272404008961UL,2305843009213685760UL,18442240469788262401UL,288230376151710720UL,18446181119461294081UL,36028797018963840UL,

18446673700670423041UL,4503599627370480UL,18446735273321564161UL,562949953421310UL,18446742969902956801UL,4611756386097823744UL,18446743931975630881UL,576469548262227968UL,18446744052234715141UL,

72058693532778496UL,9223372032559808513UL,9007336691597312UL,17293822564807737345UL,1125917086449664UL,18302628881338728449UL,140739635806208UL,18428729670905102337UL,17592454475776UL,

18444492269600899073UL,2199056809472UL,18446462594437873665UL,274882101184UL,18446708885042495489UL,34360262648UL,18446739671368073217UL,4295032831UL,18446743519658770433UL,2305843009213702144UL,

18446744000695107585UL,288230376151712768UL,18446744060824649729UL,36028797018964096UL,18446744068340842497UL,4503599627370512UL,18446744069280366593UL,562949953421314UL,18446744069397807105UL,

13835128420805115905UL,18446744069412487169UL,17870292113338400769UL,18446744069414322177UL,18374687574905061377UL,18446744069414551553UL,18437737007600893953UL,18446744069414580225UL,18445618186687873025UL,18446744069414583809UL,18446603334073745409UL,18446744069414584257UL,18446726477496979457UL,18446744069414584313UL,18446741870424883713UL,18446744069414584320UL,

9274800740290006948UL,274873712576UL,6366922389463153702UL,16140901060737761281UL,10382722127243543029UL,34359214072UL,5407551316036540293UL,18158513693329981441UL,8215369291935911999UL,4294901759UL,

7593472940535036657UL,18410715272404008961UL,3332764170168812040UL,2305843009213685760UL,17090085178304640863UL,18442240469788262401UL,416595521271101505UL,288230376151710720UL,4442103655964903148UL,

18446181119461294081UL,16192975500896648969UL,36028797018963840UL,9778634991702905054UL,18446673700670423041UL,18165022998349842402UL,4503599627370480UL,5834015391316509212UL,18446735273321564161UL,

16105685926854668541UL,562949953421310UL,9952623958621855812UL,18446742969902956801UL,8930739766887302688UL,4611756386097823744UL,10467450029535024137UL,18446743931975630881UL,1116342470860912836UL,

576469548262227968UL,17449332314429639298UL,18446744052234715141UL,9362914843564906265UL,72058693532778496UL,16016224591364643153UL,9223372032559808513UL,17311265416183374564UL,9007336691597312UL,

18142929134658341675UL,17293822564807737345UL,11387280211730213981UL,1125917086449664UL,13797081185216407910UL,18302628881338728449UL,8340939052496745868UL,140739635806208UL,6336321165505697069UL,18428729670905102337UL,10265989416269385394UL,17592454475776UL,7709569171718681254UL,18444492269600899073UL,15118306729094611415UL,2199056809472UL,5575382163818481237UL,18446462594437873665UL,

4195631349813649467UL,274882101184UL,7614451796507779275UL,18446708885042495489UL,12053668962110821384UL,34360262648UL,12481021517947587610UL,18446739671368073217UL,1506708620263852673UL,

4295032831UL,15395185741804386692UL,18446743519658770433UL,16329239638270742865UL,2305843009213702144UL,11147770252432840497UL,18446744000695107585UL,18182056015521604139UL,288230376151712768UL,

17534372342291866343UL,18446744060824649729UL,13801972045324315718UL,36028797018964096UL,4497639551463306333UL,18446744068340842497UL,6336932523019185545UL,4503599627370512UL,7479733969963382412UL,

18446744069280366593UL,16933017626115159474UL,562949953421314UL,10158338780952714962UL,18446744069397807105UL,15951685255325333175UL,13835128420805115905UL,15104850399680027611UL,

18446744069412487169UL,4299803665592489687UL,17870292113338400769UL,13417321343344118652UL,18446744069414322177UL,2843318466875884251UL,18374687574905061377UL,10900537202625306992UL,

18446744069414551553UL,11884629851743600732UL,18437737007600893953UL,1362567150328163374UL,18446744069414580225UL,10708950766175242252UL,18445618186687873025UL,4782006911144666502UL,18446744069414583809UL,10561990880479197442UL,18446603334073745409UL,5209436881246729393UL,18446744069414584257UL,15155306912120837921UL,18446726477496979457UL,16792080670893602455UL,

18446744069414584313UL,18035314424752866021UL,18446741870424883713UL,4404853092538523347UL,18446744069414584320UL,8096577031901772269UL,9274800740290006948UL,13787254465881465880UL,274873712576UL,

5427855770283221382UL,6366922389463153702UL,17944731440328218283UL,16140901060737761281UL,7929601155018190654UL,10382722127243543029UL,1723406808235183235UL,34359214072UL,5290167988639048753UL,

5407551316036540293UL,13772306473425142486UL,18158513693329981441UL,5602886161730919912UL,8215369291935911999UL,11744640894413513105UL,4294901759UL,16802172059317642375UL,7593472940535036657UL,

6333224326531788891UL,18410715272404008961UL,700360770216364989UL,3332764170168812040UL,17608981172539450419UL,2305843009213685760UL,4406114516091528337UL,17090085178304640863UL,

12320868084200588812UL,18442240469788262401UL,7005074122307514744UL,416595521271101505UL,13730337689951546503UL,288230376151710720UL,16691665375249202323UL,4442103655964903148UL,

10763480545232365762UL,18446181119461294081UL,875634265288439343UL,16192975500896648969UL,4022135219920766353UL,36028797018963840UL,13615673215290265491UL,9778634991702905054UL,

15180493120214983961UL,18446673700670423041UL,2415297291837877958UL,18165022998349842402UL,16643667963227857075UL,4503599627370480UL,13231174195295398387UL,5834015391316509212UL,18038462700764634276UL,18446735273321564161UL,4913598178833380825UL,16105685926854668541UL,13609673538787597335UL,562949953421310UL,13183111817796039999UL,9952623958621855812UL,

11478179872302871445UL,18446742969902956801UL,16755100833091933884UL,8930739766887302688UL,4007052201025272707UL,4611756386097823744UL,3953731985901328040UL,10467450029535024137UL,

8352301510068328051UL,18446743931975630881UL,11317759638843783896UL,1116342470860912836UL,12030096568512274289UL,576469548262227968UL,494216498237666005UL,17449332314429639298UL,

12573252732142656207UL,18446744052234715141UL,1414719954855472987UL,9362914843564906265UL,17644663131801795567UL,72058693532778496UL,6979306088310177371UL,16016224591364643153UL,

3877499600194655066UL,9223372032559808513UL,11706055037741049324UL,17311265416183374564UL,4511425900152047486UL,9007336691597312UL,12401628304422887372UL,18142929134658341675UL,14319745502085270124UL,17293822564807737345UL,10686628914424923326UL,11387280211730213981UL,5175614254872652016UL,1125917086449664UL,10773575572760153082UL,13797081185216407910UL,

11013340222467950926UL,18302628881338728449UL,5947514631656761496UL,8340939052496745868UL,646951781859081502UL,140739635806208UL,15181754998655957376UL,6336321165505697069UL,5988353545162139946UL,

18428729670905102337UL,743439328957095187UL,10265989416269385394UL,4692554990086031268UL,17592454475776UL,1897719374831994672UL,7709569171718681254UL,14583602245206205734UL,18444492269600899073UL,

11622144959503752099UL,15118306729094611415UL,9809941408468046069UL,2199056809472UL,237214921853999334UL,5575382163818481237UL,6434636298004421797UL,18446462594437873665UL,12981983163322084213UL,

4195631349813649467UL,8143771702088974879UL,274882101184UL,4641337882585395997UL,7614451796507779275UL,7721858563281021845UL,18446708885042495489UL,8540276921445729647UL,12053668962110821384UL,

3323814471437944900UL,34360262648UL,7497696261353643620UL,12481021517947587610UL,7882761346440596851UL,18446739671368073217UL,3373377623857539246UL,1506708620263852673UL,9638848843637035273UL,

4295032831UL,10160584067376497613UL,15395185741804386692UL,12514560211689189807UL,18446743519658770433UL,5033358220335838486UL,16329239638270742865UL,17345757166192390690UL,2305843009213702144UL,

8187602034452531322UL,11147770252432840497UL,3870163035137971766UL,18446744000695107585UL,5240855794895625891UL,18182056015521604139UL,16003277697834987077UL,288230376151712768UL,

14858508306367504656UL,17534372342291866343UL,5095456396745892551UL,18446744060824649729UL,12184322017746068437UL,13801972045324315718UL,8917938738259842505UL,36028797018964096UL,

1857313538295938082UL,4497639551463306333UL,2942775058270059609UL,18446744068340842497UL,8440569278248727675UL,6336932523019185545UL,17255643403020241594UL,4503599627370512UL,14067222244347930501UL,

7479733969963382412UL,16508747943021518732UL,18446744069280366593UL,12584286203165206160UL,16933017626115159474UL,15992013477438468440UL,562949953421314UL,8675931806573960433UL,

10158338780952714962UL,11286965527584982002UL,18446744069397807105UL,1573035775395650770UL,15951685255325333175UL,1999001684679808555UL,13835128420805115905UL,17225392536559506335UL,

15104850399680027611UL,15245928743009060991UL,18446744069412487169UL,14031687523985394587UL,4299803665592489687UL,11779090253969091270UL,17870292113338400769UL,4459017075746761332UL,

13417321343344118652UL,4211584101552955664UL,18446744069414322177UL,13283175983882289524UL,2843318466875884251UL,6084072299099782489UL,18374687574905061377UL,9780749169175637327UL,

10900537202625306992UL,526448012694119458UL,18446744069414551553UL,10883769032692578351UL,11884629851743600732UL,16901410098125234092UL,18437737007600893953UL,3528436654823777706UL,

1362567150328163374UL,13900864053647703173UL,18446744069414580225UL,3666314137763395334UL,10708950766175242252UL,11336048296972946422UL,18445618186687873025UL,14276112633913910454UL,

4782006911144666502UL,8655137032736432017UL,18446744069414583809UL,5069975284574070497UL,10561990880479197442UL,6028692054475264383UL,18446603334073745409UL,6396200096592884887UL,

5209436881246729393UL,17222793189829815283UL,18446744069414584257UL,16774647971309520093UL,15155306912120837921UL,3059429515486231088UL,18446726477496979457UL,3105368020750933651UL,

16792080670893602455UL,13682064192112842111UL,18446744069414584313UL,9014360022444159132UL,18035314424752866021UL,382428689435778886UL,18446741870424883713UL,11917386045977981907UL,

4404853092538523347UL,4016101032690928304UL,18446744069414584320UL,12337821426711963180UL,8096577031901772269UL,7847524879092096009UL,9274800740290006948UL,5164132063260791647UL,

13787254465881465880UL,3859889564432383484UL,274873712576UL,9906341360885134636UL,5427855770283221382UL,9331374163590620309UL,6366922389463153702UL,5131277475016434399UL,17944731440328218283UL,

14390139890846703192UL,16140901060737761281UL,10765599713046287558UL,7929601155018190654UL,17121841670624273282UL,10382722127243543029UL,2951359516584421996UL,1723406808235183235UL,

9705858230261340096UL,34359214072UL,10461664704817933990UL,5290167988639048753UL,8083950796479296659UL,5407551316036540293UL,2947252693053877340UL,13772306473425142486UL,1798767486355837899UL,

18158513693329981441UL,5957385981484432025UL,5602886161730919912UL,15975288260888972401UL,8215369291935911999UL,9592291974280344910UL,11744640894413513105UL,1213232278782667512UL,4294901759UL,

5919394105455887829UL,16802172059317642375UL,12539708892944027283UL,7593472940535036657UL,9591778621339026828UL,6333224326531788891UL,11754060979178594938UL,18410715272404008961UL,

16885574308423315284UL,700360770216364989UL,18137812093348882831UL,3332764170168812040UL,5810722514138689194UL,17608981172539450419UL,151654034847833439UL,2305843009213685760UL,7657453289212455099UL,

4406114516091528337UL,13096678655002118611UL,17090085178304640863UL,10422344362374670514UL,12320868084200588812UL,15304315674458262608UL,18442240469788262401UL,11334068823260206571UL,

7005074122307514744UL,4573069520345433394UL,416595521271101505UL,14561398366328274390UL,13730337689951546503UL,2324799763032802220UL,288230376151710720UL,12486396704535672088UL,

16691665375249202323UL,13166299875259380027UL,4442103655964903148UL,15137851097357772055UL,10763480545232365762UL,1913039459307282826UL,18446181119461294081UL,12945973646291641022UL,

875634265288439343UL,14406691742104117415UL,16192975500896648969UL,6431860813144680379UL,4022135219920766353UL,9513972005086392438UL,36028797018963840UL,1560799588066959011UL,13615673215290265491UL,

13175002527791537704UL,9778634991702905054UL,4198074395846544547UL,15180493120214983961UL,14074187984474348594UL,18446673700670423041UL,6229932723140101208UL,2415297291837877958UL,

4106679476439837717UL,18165022998349842402UL,12333197645027200248UL,16643667963227857075UL,5800932517989445135UL,4503599627370480UL,11724314991892485077UL,13231174195295398387UL,

1646875315973942213UL,5834015391316509212UL,12053974342864933269UL,18038462700764634276UL,15594331550120231815UL,18446735273321564161UL,778741590392512651UL,4913598178833380825UL,

7430863960585448835UL,16105685926854668541UL,1541649705628400031UL,13609673538787597335UL,3030959573425503682UL,562949953421310UL,8383068400017029755UL,13183111817796039999UL,7123388440527211897UL,

9952623958621855812UL,8424275818888585779UL,11478179872302871445UL,4255134452441852017UL,18446742969902956801UL,11626557742183179282UL,16755100833091933884UL,12458073038457296305UL,

8930739766887302688UL,2498549221880373044UL,4007052201025272707UL,14213927998739126201UL,4611756386097823744UL,12577098593386243920UL,3953731985901328040UL,17031324615803662768UL,

10467450029535024137UL,12582249520745188423UL,8352301510068328051UL,16672792867292992783UL,18446743931975630881UL,15288377769833835651UL,11317759638843783896UL,17698160190544923319UL,

1116342470860912836UL,9535690687442338791UL,12030096568512274289UL,17917642060580152056UL,576469548262227968UL,1572137324173280490UL,494216498237666005UL,2128915576975457846UL,17449332314429639298UL,

3878624198769971593UL,12573252732142656207UL,4389942117088447138UL,18446744052234715141UL,13440262264613344657UL,1414719954855472987UL,4518113032494938455UL,9362914843564906265UL,

3497804344607115389UL,17644663131801795567UL,2239705257572519007UL,72058693532778496UL,14031575217582598302UL,6979306088310177371UL,4877800464475578311UL,16016224591364643153UL,

16625729085584007730UL,3877499600194655066UL,14383800816696994133UL,9223372032559808513UL,17820933843814429363UL,11706055037741049324UL,2870607137738690347UL,17311265416183374564UL,

7354754569106358544UL,4511425900152047486UL,2585806165873387916UL,9007336691597312UL,6365632919551470868UL,12401628304422887372UL,2915568066736270329UL,18142929134658341675UL,15913274187758939207UL,

14319745502085270124UL,8715504128117593387UL,17293822564807737345UL,13756831773860918871UL,10686628914424923326UL,11888040935601451494UL,11387280211730213981UL,919344321138294818UL,

5175614254872652016UL,9546597805441465650UL,1125917086449664UL,10019076149651226019UL,10773575572760153082UL,16505347069079795072UL,13797081185216407910UL,4295002282146690441UL,

11013340222467950926UL,12618653059398814374UL,18302628881338728449UL,4025446980409437899UL,5947514631656761496UL,6097691134303827517UL,8340939052496745868UL,13949976092203225093UL,

646951781859081502UL,15028382777741121447UL,140739635806208UL,12781599562090518453UL,15181754998655957376UL,2063168383634974384UL,6336321165505697069UL,16677776346006097586UL,5988353545162139946UL,

6189017649778497877UL,18428729670905102337UL,12032395915935294938UL,743439328957095187UL,7679740417818447560UL,10265989416269385394UL,8661276037555872257UL,4692554990086031268UL,

4184390855894463221UL,17592454475776UL,8515228971291783927UL,1897719374831994672UL,257896047954371798UL,7709569171718681254UL,15919780095311700439UL,14583602245206205734UL,7691156232252781355UL,

18444492269600899073UL,15339107541552850108UL,11622144959503752099UL,959967552227305945UL,15118306729094611415UL,17223560565432245313UL,9809941408468046069UL,7440577883017277023UL,2199056809472UL,

3370246630088296031UL,237214921853999334UL,4643923023347942555UL,5575382163818481237UL,4295815520590785595UL,6434636298004421797UL,12490609572415712870UL,18446462594437873665UL,

11140760477401398424UL,12981983163322084213UL,16260897004766174524UL,4195631349813649467UL,18293846131416791945UL,8143771702088974879UL,3235915244053982668UL,274882101184UL,2727123837437860044UL,

4641337882585395997UL,12109705421302608020UL,7614451796507779275UL,12066191983457963400UL,7721858563281021845UL,6173012213905610189UL,18446708885042495489UL,1392595059675174803UL,

8540276921445729647UL,11255984160303063976UL,12053668962110821384UL,18427631827164860274UL,3323814471437944900UL,9627861440214039994UL,34360262648UL,9564262514387024666UL,7497696261353643620UL,

10737085212370118163UL,12481021517947587610UL,1508273997932245425UL,7882761346440596851UL,7689155552768670394UL,18446739671368073217UL,11703289425843512051UL,3373377623857539246UL,

1406998020037882997UL,1506708620263852673UL,16138512030456545775UL,9638848843637035273UL,15038540732087693240UL,4295032831UL,15030590866359316324UL,10160584067376497613UL,12871350694930379971UL,

15395185741804386692UL,16329435310479291959UL,12514560211689189807UL,14796202496157022040UL,18446743519658770433UL,12992126221614554207UL,5033358220335838486UL,7093403778535204495UL,

16329239638270742865UL,4323157012483891262UL,17345757166192390690UL,1879817591510961655UL,2305843009213702144UL,11102195893002206701UL,8187602034452531322UL,13138133880250412697UL,

11147770252432840497UL,4347022422486734535UL,3870163035137971766UL,1849525312019627755UL,18446744000695107585UL,3929858786378642316UL,5240855794895625891UL,3192518480993723602UL,

18182056015521604139UL,5152080643914132488UL,16003277697834987077UL,2540820207615693247UL,288230376151712768UL,8305303512655744958UL,14858508306367504656UL,17783167795769062868UL,

17534372342291866343UL,2849220811487664857UL,5095456396745892551UL,11760405707386568670UL,18446744060824649729UL,9714604383004622450UL,12184322017746068437UL,14234122862185153691UL,

13801972045324315718UL,644010080489266561UL,8917938738259842505UL,2623445534628784696UL,36028797018964096UL,5649848956435614200UL,1857313538295938082UL,11446268009178425019UL,4497639551463306333UL,

16497053662173719388UL,2942775058270059609UL,6081736730776967164UL,18446744068340842497UL,15049383599936516047UL,8440569278248727675UL,13308480401157259412UL,6336932523019185545UL,

16221402320798919601UL,17255643403020241594UL,327930691828598087UL,4503599627370512UL,706231119554451775UL,14067222244347930501UL,12959998544531418328UL,7479733969963382412UL,11285503742479007084UL,

16508747943021518732UL,9983589126054413056UL,18446744069280366593UL,4187015958668887546UL,12584286203165206160UL,10886932084851949587UL,16933017626115159474UL,18168576350837626231UL,

15992013477438468440UL,2346834345155397801UL,562949953421314UL,2394121898621129512UL,8675931806573960433UL,1619999818066427291UL,10158338780952714962UL,10634060002517168046UL,11286965527584982002UL,1247948640756801632UL,18446744069397807105UL,14358435046894549184UL,1573035775395650770UL,12890081553990608899UL,15951685255325333175UL,4576915052531526319UL,1999001684679808555UL,

16434255353882186006UL,13835128420805115905UL,299265237327641189UL,17225392536559506335UL,11731715020642418612UL,15104850399680027611UL,5940943517668292086UL,15245928743009060991UL,

155993580094600204UL,18446744069412487169UL,1794804380861818648UL,14031687523985394587UL,13140475237632941313UL,4299803665592489687UL,2877957390243263830UL,11779090253969091270UL,

6665967936588919331UL,17870292113338400769UL,6954937180696424269UL,4459017075746761332UL,10689836412287594487UL,13417321343344118652UL,5354303957062182591UL,4211584101552955664UL,

9242871232219117186UL,18446744069414322177UL,224350547607727331UL,13283175983882289524UL,17783460465441878945UL,2843318466875884251UL,4971430691134054059UL,6084072299099782489UL,

12362461035457730117UL,18374687574905061377UL,7786896173617522154UL,9780749169175637327UL,3642072560212772351UL,10900537202625306992UL,2975131003309595864UL,526448012694119458UL,

14990416956088327889UL,18446744069414551553UL,11557258861835081117UL,10883769032692578351UL,18363833618917996149UL,11884629851743600732UL,12150643879775871958UL,16901410098125234092UL,

8462836655462685385UL,18437737007600893953UL,14808420073763128510UL,3528436654823777706UL,2761102078703419584UL,1362567150328163374UL,371891375413699483UL,13900864053647703173UL,

18014703180248802267UL,18446744069414580225UL,8362186383759854260UL,3666314137763395334UL,9213008228395218639UL,10708950766175242252UL,6130516502325630075UL,11336048296972946422UL,

17198755642670596954UL,18445618186687873025UL,6462738526574037144UL,14276112633913910454UL,345137759837927448UL,4782006911144666502UL,11575701465310827636UL,8655137032736432017UL,

13781052940915215484UL,18446744069414583809UL,10268645332677273943UL,5069975284574070497UL,3457469037226225370UL,10561990880479197442UL,12295529606174818960UL,6028692054475264383UL,

15984902507394762860UL,18446603334073745409UL,807842315821754643UL,6396200096592884887UL,43142219979740931UL,5209436881246729393UL,10670334717871145615UL,17222793189829815283UL,

10946003652321694096UL,18446744069414584257UL,3589423675261482283UL,16774647971309520093UL,14267241681714216412UL,15155306912120837921UL,1536941200771852370UL,3059429515486231088UL,

11221484848131637518UL,18446726477496979457UL,11630195332861834531UL,3105368020750933651UL,11534607820881582817UL,16792080670893602455UL,3639634848410716242UL,13682064192112842111UL,

1368250456540211762UL,18446744069414584313UL,11977893002791800486UL,9014360022444159132UL,11006777244921569212UL,18035314424752866021UL,14027175702157419787UL,382428689435778886UL,

6014371623370100770UL,18446741870424883713UL,12982989459991844517UL,11917386045977981907UL,17582727038347959133UL,4404853092538523347UL,14290012408112277771UL,4016101032690928304UL,

14006089359128464711UL,18446744069414584320UL };

uint64\_t phi\_inverse\_2[] = { 1UL,8576353051786437773UL,12337821426711963180UL,8049782023765701561UL,8096577031901772269UL,5840972102677658767UL,7847524879092096009UL,17193897619119733648UL,

9274800740290006948UL,

14885515920950843192UL,5164132063260791647UL,1162225927196972388UL,13787254465881465880UL,4045205754698933616UL,3859889564432383484UL,14307438406331844917UL,274873712576UL,1867689223661794245UL,

9906341360885134636UL,17418102780751149294UL,5427855770283221382UL,8699858785941968005UL,9331374163590620309UL,5881200034287784155UL,6366922389463153702UL,3828759212651929535UL,5131277475016434399UL,

4617451800662579863UL,17944731440328218283UL,13805299268663599097UL,14390139890846703192UL,17344731384525126404UL,16140901060737761281UL,7989573157503773842UL,10765599713046287558UL,

17147123813708473976UL,7929601155018190654UL,3035964521511530386UL,17121841670624273282UL,2149237202389966706UL,10382722127243543029UL,1860689490118855399UL,2951359516584421996UL,

9368650275606913709UL,1723406808235183235UL,505650719337366702UL,9705858230261340096UL,8705958826821949735UL,34359214072UL,7150990178988193401UL,10461664704817933990UL,6788948864947539742UL,

5290167988639048753UL,8005011374273215121UL,8083950796479296659UL,12264365047670088220UL,5407551316036540293UL,2784437910258314232UL,2947252693053877340UL,2883024483759645523UL,

13772306473425142486UL,17866563469320711168UL,1798767486355837899UL,11391463457772932961UL,18158513693329981441UL,14833754696748909971UL,5957385981484432025UL,2143390476713559247UL,

5602886161730919912UL,14214553617249879539UL,15975288260888972401UL,14103712702359684079UL,8215369291935911999UL,2538429194941679965UL,9592291974280344910UL,8088610310481333334UL,

11744640894413513105UL,4674892357270816918UL,1213232278782667512UL,3394087862029566757UL,4294901759UL,17034774833111285456UL,5919394105455887829UL,5460304625472088548UL,16802172059317642375UL,

17141527482521913171UL,12539708892944027283UL,10756417665666053188UL,7593472940535036657UL,348054738782289279UL,9591778621339026828UL,11889593103854070891UL,6333224326531788891UL,

2233320433665088896UL,11754060979178594938UL,17564833992959377901UL,18410715272404008961UL,13383434380477728947UL,16885574308423315284UL,2573766818266017946UL,700360770216364989UL,

13306034245540350143UL,18137812093348882831UL,4068807096471783550UL,3332764170168812040UL,7234832675398179116UL,5810722514138689194UL,5622762306163812747UL,17608981172539450419UL,

5196047562012498195UL,151654034847833439UL,7341790008784164965UL,2305843009213685760UL,2129346854138910682UL,7657453289212455099UL,9905910112891303229UL,4406114516091528337UL,13671905978699354347UL,

13096678655002118611UL,10567924242915548809UL,17090085178304640863UL,2349349851024609200UL,10422344362374670514UL,13015414181365874062UL,12320868084200588812UL,279165054208136112UL,

15304315674458262608UL,9113133275150391358UL,18442240469788262401UL,13202144340943831319UL,11334068823260206571UL,14156778904344190484UL,7005074122307514744UL,3969097289369366808UL,

4573069520345433394UL,5120286904412619024UL,416595521271101505UL,10127726119132064550UL,14561398366328274390UL,12232060331654591794UL,13730337689951546503UL,12178720988635677475UL,

2324799763032802220UL,7835252777128489741UL,288230376151710720UL,14101226408828302076UL,12486396704535672088UL,8155767790141882024UL,16691665375249202323UL,13238203290721534494UL,

13166299875259380027UL,17461891591102204882UL,4442103655964903148UL,293668731378076150UL,15137851097357772055UL,6238612790024380338UL,10763480545232365762UL,34895631776017014UL,1913039459307282826UL,

5750827676747445000UL,18446181119461294081UL,3956111051294801955UL,12945973646291641022UL,10992969397750315971UL,875634265288439343UL,496137161171170851UL,14406691742104117415UL,640035863051577378UL,

16192975500896648969UL,5877651782245154149UL,6431860813144680379UL,15364065593517762215UL,4022135219920766353UL,13051555166963574885UL,9513972005086392438UL,7896935623171530338UL,36028797018963840UL,

10986025335810829920UL,1560799588066959011UL,1019470973767735253UL,13615673215290265491UL,6266461428693837892UL,13175002527791537704UL,16017794500948713851UL,9778634991702905054UL,4648394608775905599UL,4198074395846544547UL,14614884650813985783UL,15180493120214983961UL,4616047971325648207UL,14074187984474348594UL,718853459593430625UL,18446673700670423041UL,

12023728924795965445UL,6229932723140101208UL,12903336218102904697UL,2415297291837877958UL,11591232188530511557UL,4106679476439837717UL,13915062534942385413UL,18165022998349842402UL,

7652235498811113389UL,12333197645027200248UL,4226351207866543317UL,16643667963227857075UL,8548973421900915981UL,5800932517989445135UL,14822175004957379533UL,4503599627370480UL,1373253166976353740UL,

11724314991892485077UL,7044962897751436027UL,13231174195295398387UL,10006679713294021897UL,1646875315973942213UL,13531439356002704432UL,5834015391316509212UL,2886892334773811240UL,

12053974342864933269UL,4132703590028571263UL,18038462700764634276UL,2882849005092529066UL,15594331550120231815UL,16230757743186940109UL,18446735273321564161UL,8420495141629964801UL,

778741590392512651UL,17753818088000624368UL,4913598178833380825UL,8366433049596783065UL,7430863960585448835UL,8656911842898267297UL,16105685926854668541UL,7874058463381858294UL,1541649705628400031UL,

7445822927013787035UL,13609673538787597335UL,7986150703768083618UL,3030959573425503682UL,8770300901650141562UL,562949953421310UL,9395028680579336378UL,8383068400017029755UL,12409835405603044704UL,

13183111817796039999UL,17391736024899514018UL,7123388440527211897UL,1691429919500338054UL,9952623958621855812UL,360861541846726405UL,8424275818888585779UL,2822430957430394448UL,

11478179872302871445UL,14195414177697504374UL,4255134452441852017UL,8946373743928836634UL,18446742969902956801UL,17193462953441506881UL,11626557742183179282UL,2219227261000078046UL,

16755100833091933884UL,17186705191937359164UL,12458073038457296305UL,17223015041100044693UL,8930739766887302688UL,5595943325276378367UL,2498549221880373044UL,12459942909260838580UL,

4007052201025272707UL,14833326890031948693UL,14213927998739126201UL,14931345664767205936UL,4611756386097823744UL,15009436637133355288UL,12577098593386243920UL,1551229425700380588UL,

3953731985901328040UL,16009025055173377493UL,17031324615803662768UL,4823114757291188337UL,10467450029535024137UL,6962636718761309921UL,12582249520745188423UL,352803869678799306UL,

8352301510068328051UL,6386112789565834127UL,16672792867292992783UL,14953354770052042820UL,18446743931975630881UL,18290083929917949641UL,15288377769833835651UL,4889089424978655836UL,

11317759638843783896UL,11371710183699462056UL,

17698160190544923319UL,9070405906167974707UL,1116342470860912836UL,3005335924336370336UL,9535690687442338791UL,10780864898364896983UL,12030096568512274289UL,8771694887284462707UL,

17917642060580152056UL,1866418208095900742UL,576469548262227968UL,1876179579641669411UL,1572137324173280490UL,9417275712919839734UL,494216498237666005UL,8918657157927141307UL,2128915576975457846UL,

16743790405399159823UL,17449332314429639298UL,17011230650582925021UL,3878624198769971593UL,13879158535770788154UL,12573252732142656207UL,3104107107372552306UL,4389942117088447138UL,

11092541380963797513UL,18446744052234715141UL,18427161551977504986UL,13440262264613344657UL,9834508212829624140UL,1414719954855472987UL,1421463772962432757UL,4518113032494938455UL,

12663015781655112039UL,9362914843564906265UL,375666990542046292UL,3497804344607115389UL,3653451120972435163UL,17644663131801795567UL,12625676904294673039UL,2239705257572519007UL,4844988293365633673UL,

72058693532778496UL,11763737490839323877UL,14031575217582598302UL,5788845481468626047UL,6979306088310177371UL,12644047188125007864UL,4877800464475578311UL,4398816809351718018UL,16016224591364643153UL,

9043932857353334748UL,16625729085584007730UL,15569952869032286760UL,3877499600194655066UL,14223071440482507279UL,14383800816696994133UL,17527468733358235970UL,9223372032559808513UL,

16138453246058126364UL,17820933843814429363UL,10452685561310995178UL,11706055037741049324UL,7095211997650773215UL,2870607137738690347UL,3888719981383712045UL,17311265416183374564UL,

9270330408525047947UL,7354754569106358544UL,11985896433505669596UL,4511425900152047486UL,3884052621713657170UL,2585806165873387916UL,16746524597408465490UL,9007336691597312UL,8387996212385384605UL,

6365632919551470868UL,3029448693860401296UL,12401628304422887372UL,1580505898515625983UL,2915568066736270329UL,14384910153229902993UL,18142929134658341675UL,10353863641876459004UL,

15913274187758939207UL,1946244108629035845UL,14319745502085270124UL,4083726938737136450UL,8715504128117593387UL,16025991643730717737UL,17293822564807737345UL,11240678690464557956UL,

13756831773860918871UL,15141643747224812638UL,10686628914424923326UL,3192744508383169692UL,11888040935601451494UL,7403619023703433126UL,11387280211730213981UL,12688006344449746194UL,

919344321138294818UL,10721609088895500860UL,5175614254872652016UL,14320564629775145387UL,9546597805441465650UL,15928373626736996427UL,1125917086449664UL,7966028552578642196UL,10019076149651226019UL,

378681086732550162UL,10773575572760153082UL,2503406245991276288UL,16505347069079795072UL,17939014829891499155UL,13797081185216407910UL,10517604989941849536UL,4295002282146690441UL,

7160809539609098601UL,11013340222467950926UL,14345523919403080297UL,12618653059398814374UL,18144150016204100998UL,18302628881338728449UL,10628456871015361905UL,4025446980409437899UL,

6504391485756747660UL,5947514631656761496UL,9622465098255188372UL,6097691134303827517UL,5537138395316575221UL,8340939052496745868UL,15421058845117156515UL,13949976092203225093UL,

10563573170819229768UL,646951781859081502UL,13319285622106008374UL,15028382777741121447UL,13520261746726239754UL,140739635806208UL,10219125603779622435UL,12781599562090518453UL,13882393187902507011UL,

15181754998655957376UL,312925780748909536UL,2063168383634974384UL,13771591897120552595UL,6336321165505697069UL,1314700623742731192UL,16677776346006097586UL,17036002253188898606UL,

5988353545162139946UL,17934091550663146318UL,6189017649778497877UL,6879704769379158705UL,18428729670905102337UL,17469458169614681519UL,12032395915935294938UL,10036420970426885618UL,

743439328957095187UL,10426180171989190707UL,7679740417818447560UL,7609671325445041023UL,10265989416269385394UL,13456847399023759765UL,8661276037555872257UL,1320446646352403721UL,4692554990086031268UL,

6276596720116897127UL,4184390855894463221UL,15525090770401718210UL,17592454475776UL,12806605743856568005UL,8515228971291783927UL,13264514191871928577UL,1897719374831994672UL,39115722593613692UL,

257896047954371798UL,13250664030524184275UL,7709569171718681254UL,164337577967841399UL,15919780095311700439UL,6741186299002258406UL,14583602245206205734UL,6853447461186539370UL,7691156232252781355UL,

17000864156910156119UL,18444492269600899073UL,4489525279878658230UL,15339107541552850108UL,15089610673364298943UL,11622144959503752099UL,12832487564882764039UL,959967552227305945UL,

3257051924357453168UL,15118306729094611415UL,8599634950908439091UL,17223560565432245313UL,16305956891531811746UL,9809941408468046069UL,3090417598691435181UL,7440577883017277023UL,

15775694398361153017UL,2199056809472UL,8518354744012540121UL,3370246630088296031UL,17798965334721752353UL,237214921853999334UL,9228261500031493872UL,4643923023347942555UL,13185548047199638235UL,

5575382163818481237UL,2326385205922803215UL,4295815520590785595UL,5454334304728928381UL,6434636298004421797UL,14691738984709255662UL,12490609572415712870UL,4430951028290592555UL,

18446462594437873665UL,5172876677338478359UL,11140760477401398424UL,4192044342847360408UL,12981983163322084213UL,3909903954287168545UL,16260897004766174524UL,407131490544681646UL,

4195631349813649467UL,12604169412247670087UL,18293846131416791945UL,15873302663502414709UL,8143771702088974879UL,7303831225866898518UL,3235915244053982668UL,18112862860532905408UL,274882101184UL,

17205695403739328796UL,2727123837437860044UL,18365771727577980325UL,4641337882585395997UL,1153532687503936734UL,12109705421302608020UL,13177408549284069980UL,7614451796507779275UL,

2596641159417173442UL,12066191983457963400UL,7599320814121585168UL,7721858563281021845UL,6448153390442303038UL,6173012213905610189UL,12083083921920439270UL,18446708885042495489UL,

2952452593344132835UL,1392595059675174803UL,524005542855920051UL,8540276921445729647UL,16629639055023657349UL,11255984160303063976UL,4662577453671731286UL,12053668962110821384UL,3881364185207781801UL,

18427631827164860274UL,8901691858968270959UL,3323814471437944900UL,5524664920587008395UL,9627861440214039994UL,2264107857566613176UL,34360262648UL,11374083960174708260UL,9564262514387024666UL,

9213250491977716661UL,7497696261353643620UL,4755877603291638172UL,10737085212370118163UL,10870548103367800908UL,12481021517947587610UL,14159638196988084921UL,1508273997932245425UL,

949915101765198146UL,7882761346440596851UL,5417705191158933960UL,7689155552768670394UL,6122071507593700989UL,18446739671368073217UL,11898271617552131805UL,11703289425843512051UL,

11594715736241105207UL,3373377623857539246UL,8996233907908426289UL,1406998020037882997UL,5194508199062612491UL,1506708620263852673UL,16626071583888734006UL,16138512030456545775UL,

3418554491047856910UL,9638848843637035273UL,12219798158457491250UL,15038540732087693240UL,283013482195826647UL,4295032831UL,10645132529729130693UL,15030590866359316324UL,8069185337527683703UL,

10160584067376497613UL,9817856735118746932UL,12871350694930379971UL,10582190547628267274UL,15395185741804386692UL,17910855835361271896UL,16329435310479291959UL,13953797439781588009UL,

12514560211689189807UL,677213148894866745UL,14796202496157022040UL,7682787964479681744UL,18446743519658770433UL,8404812978224485596UL,12992126221614554207UL,3755182475706961191UL,

5033358220335838486UL,17265430299226314567UL,7093403778535204495UL,12178528568266941762UL,16329239638270742865UL,6689944965339737831UL,4323157012483891262UL,5039005328734628194UL,

17345757166192390690UL,15362532821868124647UL,1879817591510961655UL,2341219693951301371UL,2305843009213702144UL,8248170592246610457UL,11102195893002206701UL,3314491175867783503UL,

8187602034452531322UL,10450604126597135527UL,13138133880250412697UL,15157831870514471650UL,11147770252432840497UL,2238856979420158987UL,4347022422486734535UL,17885125740710459782UL,

3870163035137971766UL,16225552704349619624UL,1849525312019627755UL,960348495559960218UL,18446744000695107585UL,10273973656985352860UL,3929858786378642316UL,2775240818140193189UL,5240855794895625891UL,

4464021796080112361UL,3192518480993723602UL,15357374123094305961UL,18182056015521604139UL,3142086129344290269UL,5152080643914132488UL,14464933718152766765UL,16003277697834987077UL,

4226159611410338621UL,2540820207615693247UL,11821867505128027872UL,288230376151712768UL,17171922384768587588UL,8305303512655744958UL,2720154405660295978UL,14858508306367504656UL,3612168524501464981UL,

17783167795769062868UL,15729787035875247197UL,17534372342291866343UL,11809072165811635074UL,2849220811487664857UL,6847326734942453553UL,5095456396745892551UL,2028194088043702453UL,

11760405707386568670UL,13955101614005933268UL,18446744060824649729UL,10507618741830461268UL,9714604383004622450UL,7264434128297993269UL,12184322017746068437UL,16698903785247775326UL,

14234122862185153691UL,18060572826124549526UL,13801972045324315718UL,7310289792198505404UL,644010080489266561UL,8725645740799564966UL,8917938738259842505UL,7445798977456761448UL,2623445534628784696UL,

1477733438141003484UL,36028797018964096UL,11369862332803365609UL,5649848956435614200UL,14175077352768475238UL,1857313538295938082UL,7369050091593152243UL,11446268009178425019UL,8883752405514875020UL,

4497639551463306333UL,15311192072787392625UL,16497053662173719388UL,16996816902605567975UL,2942775058270059609UL,7171053287035931927UL,6081736730776967164UL,10967759736458033819UL,

18446744068340842497UL,10536824377436099819UL,15049383599936516047UL,7825583292067718279UL,8440569278248727675UL,6699048990509617996UL,13308480401157259412UL,6869257620619214771UL,

6336932523019185545UL,10137158258732105336UL,16221402320798919601UL,5702391734953591701UL,17255643403020241594UL,930724872182095181UL,327930691828598087UL,9408088714474917596UL,4503599627370512UL,

17562133852338181982UL,706231119554451775UL,6383570686449705485UL,14067222244347930501UL,12450346304833259231UL,12959998544531418328UL,10333841085396651538UL,7479733969963382412UL,

18054800069836185359UL,11285503742479007084UL,4430445121502519037UL,16508747943021518732UL,3202224669556314531UL,9983589126054413056UL,12900185010441369428UL,18446744069280366593UL,

12846318090563627678UL,4187015958668887546UL,3284040920185287825UL,12584286203165206160UL,10060753158520994410UL,10886932084851949587UL,12387872245961517047UL,16933017626115159474UL,

1267144782341513167UL,18168576350837626231UL,7630327992899668083UL,15992013477438468440UL,7033869635053231018UL,2346834345155397801UL,10399383124016656860UL,562949953421314UL,6806952748895918828UL,

2394121898621129512UL,7715475361836682306UL,8675931806573960433UL,3862136296780980444UL,1619999818066427291UL,15126788187735519683UL,10158338780952714962UL,4562693017406346210UL,

10634060002517168046UL,7471334666218284000UL,11286965527584982002UL,11929493127078654517UL,1247948640756801632UL,10835895161012463339UL,18446744069397807105UL,6217475778674099540UL,

14358435046894549184UL,16551406175760922259UL,1573035775395650770UL,15092652196876062542UL,12890081553990608899UL,3854327039422012671UL,15951685255325333175UL,2464236106469512186UL,

4576915052531526319UL,12483006042496573711UL,1999001684679808555UL,14714291756442592118UL,16434255353882186006UL,10523294925209374268UL,13835128420805115905UL,10074241128319282014UL,

299265237327641189UL,14799492472290523529UL,17225392536559506335UL,9706139071804914716UL,11731715020642418612UL,13420063566851055161UL,15104850399680027611UL,14405394679236731517UL,

5940943517668292086UL,933916833277285500UL,15245928743009060991UL,8408715666915300935UL,155993580094600204UL,12883701938510673118UL,18446744069412487169UL,10000556507041554603UL,1794804380861818648UL,

13598140815354230483UL,14031687523985394587UL,6498267541963153898UL,13140475237632941313UL,2787633888604574624UL,4299803665592489687UL,14143087565369627264UL,2877957390243263830UL,

3866218763988894754UL,11779090253969091270UL,6450972486908970095UL,6665967936588919331UL,10538783900358463944UL,17870292113338400769UL,5870966158393556332UL,6954937180696424269UL,

17990837619774076722UL,4459017075746761332UL,10436639418682906500UL,10689836412287594487UL,17818409006594143176UL,13417321343344118652UL,8718203360935060560UL,5354303957062182591UL,

9340111638866952848UL,4211584101552955664UL,3356932467041235657UL,9242871232219117186UL,6222148759667480220UL,18446744069414322177UL,12779284606764309526UL,224350547607727331UL,13228982645303394011UL,

13283175983882289524UL,14647341494806332478UL,17783460465441878945UL,348454236075571828UL,2843318466875884251UL,1767885945671203408UL,4971430691134054059UL,14318335397559550085UL,

6084072299099782489UL,3112214569540444302UL,12362461035457730117UL,1317347987544807993UL,18374687574905061377UL,9957242804506486702UL,7786896173617522154UL,16083912754532697831UL,

9780749169175637327UL,10527951962042655473UL,3642072560212772351UL,2227301125824267897UL,10900537202625306992UL,1089775420116882570UL,2975131003309595864UL,1167513954858369106UL,526448012694119458UL,

16560517619117915738UL,14990416956088327889UL,10001140629665727188UL,18446744069414551553UL,6209096593199184771UL,11557258861835081117UL,13182837874047039452UL,10883769032692578351UL,

6442603704204437640UL,18363833618917996149UL,9266928814216738639UL,11884629851743600732UL,220985743208900426UL,12150643879775871958UL,8707320950725412881UL,16901410098125234092UL,

5000712838546201618UL,8462836655462685385UL,16305569559180862280UL,18437737007600893953UL,5856341367916956918UL,14808420073763128510UL,4316332102993410269UL,3528436654823777706UL,

17456895055993093215UL,2761102078703419584UL,16419313701465794768UL,1362567150328163374UL,13971279979575548562UL,371891375413699483UL,13980997296418234379UL,13900864053647703173UL,

15905122754450677708UL,18014703180248802267UL,10473514613415508059UL,18446744069414580225UL,12305352117534013297UL,8362186383759854260UL,10871226768963172092UL,3666314137763395334UL,

805325463025554705UL,9213008228395218639UL,3464209110453915370UL,10708950766175242252UL,13862681269962050794UL,6130516502325630075UL,17229316179578437891UL,11336048296972946422UL,

14460147156879213443UL,17198755642670596954UL,2038196194897607785UL,18445618186687873025UL,5343728688343265695UL,6462738526574037144UL,7457070538904645404UL,14276112633913910454UL,

4487954890675959692UL,345137759837927448UL,2052414212683224346UL,4782006911144666502UL,15581468049507881811UL,11575701465310827636UL,13276839705436394498UL,8655137032736432017UL,

11211512379013626874UL,13781052940915215484UL,12838404370061053708UL,18446744069414583809UL,17679070075429512943UL,10268645332677273943UL,10582275380827688672UL,5069975284574070497UL,

16241566743615955619UL,3457469037226225370UL,14268084190867677662UL,10561990880479197442UL,15567893210806194590UL,12295529606174818960UL,13682879565831419937UL,6028692054475264383UL,

13336733437994016881UL,15984902507394762860UL,16395675585099962254UL,18446603334073745409UL,2973809094719731252UL,807842315821754643UL,10155505852070372836UL,6396200096592884887UL,

9784366396041787122UL,43142219979740931UL,14091609828646341284UL,5209436881246729393UL,13476898549572600427UL,10670334717871145615UL,15494663015240487553UL,17222793189829815283UL,

15236497099437641600UL,10946003652321694096UL,10828172580964923874UL,18446744069414584257UL,4515726768105512158UL,3589423675261482283UL,1322784422603461084UL,16774647971309520093UL,

13559410886336109653UL,14267241681714216412UL,6395196541212105788UL,15155306912120837921UL,6557672668704420404UL,1536941200771852370UL,17851261006466688773UL,3059429515486231088UL,

17807992740487013391UL,11221484848131637518UL,6661145465491141362UL,18446726477496979457UL,9595098171547258567UL,11630195332861834531UL,10492810266216088765UL,3105368020750933651UL,

15058103851566161631UL,11534607820881582817UL,10984823263288084821UL,16792080670893602455UL,13213827362080690254UL,3639634848410716242UL,18077733937642822225UL,13682064192112842111UL,

1904562137429705200UL,1368250456540211762UL,15188579624681553725UL,18446744069414584313UL,5176151863366835100UL,11977893002791800486UL,9388720087532724796UL,9014360022444159132UL,

8612455386822482827UL,11006777244921569212UL,10022771602358805384UL,18035314424752866021UL,10043081118295344711UL,14027175702157419787UL,9148936651838805217UL,382428689435778886UL,

4531842101237699714UL,6014371623370100770UL,14667701235247330911UL,18446741870424883713UL,3505230280120230361UL,12982989459991844517UL,8229130309307480216UL,11917386045977981907UL,

4188105990122593244UL,17582727038347959133UL,8290631933941479723UL,4404853092538523347UL,6263414437613732362UL,14290012408112277771UL,18400617802943114059UL,4016101032690928304UL,238070267178713150UL,

14006089359128464711UL,8816101479115663336UL };

PolynomialMultFFT( struct TorusPolynomial\* result, struct IntPolynomial\* poly1, struct TorusPolynomial\* poly2) {

const int32\_t N =1024; // N=1024

/\*static int z = 0;

printf("%d invocation\n",z++); \*/

uint64\_t modulus = 0xffffffff00000001UL; //

//uint64\_t w = 4440654710286119610; // N=1024

//printf("w : %" PRIu64 "\n", w);

// uint64\_t inv\_w = 12337821426711963180U; // N=1024

//printf("%d invocation torusPolynomialMultFFT\n",zz++);

//LagrangeHalfCPolynomial\* tmp = new\_LagrangeHalfCPolynomial\_array(3,N);

//IntPolynomial\_ifft(tmp+0,poly1);

//TorusPolynomial\_ifft(tmp+1,poly2);

//LagrangeHalfCPolynomialMul(tmp+2,tmp+0,tmp+1);

//TorusPolynomial\_fft(result, tmp+2);

//delete\_LagrangeHalfCPolynomial\_array(3,tmp);

uint64\_t a1[N], a2[N], intt\_mul\_res[N], ntt\_res[N]/\*, intt\_a1\_res[N], intt\_a2\_res[N]\*/;

for (int i = 0; i < N; i++) {

// a1[i] = (uint64\_t)poly1->coefs[i] ;

if (poly1->coefs[i] < 0) {

//uint64\_t phi = 9630642590298920985U; // 8816101479115663336U;

a1[i] = poly1->coefs[i] + modulus;

uint64\_t phi = phi\_normal\_2[i];

a1[i] = mod\_mul\_p(a1[i], phi, modulus);

}

else {

//uint64\_t phi = 9630642590298920985U; // 8816101479115663336U;

a1[i] = (uint64\_t)poly1->coefs[i];

uint64\_t phi = phi\_normal\_2[i];

a1[i] = mod\_mul\_p(a1[i], phi, modulus);

}

//printf(" ntt poly1->coefs[i] %d : %d\n", i,poly1->coefs[i]);

//printf(" ntt a1 %d : %" PRIu64 "\n", i,a1[i]);

//a2[i] = (uint64\_t)poly2->coefsT[i] ;

if (poly2->coefsT[i] < 0) {

//uint64\_t phi = 9630642590298920985U; // 8816101479115663336U;

a2[i] = poly2->coefsT[i] + modulus;

uint64\_t phi = phi\_normal\_2[i];//mod\_exp(phi, i, modulus);

a2[i] = mod\_mul\_p(a2[i], phi, modulus);

}

else {

//uint64\_t phi = 9630642590298920985U; // 8816101479115663336U;

a2[i] = (uint64\_t)poly2->coefsT[i];

uint64\_t phi = phi\_normal\_2[i];

a2[i] = mod\_mul\_p(a2[i], phi, modulus);

}

//printf(" ntt a2 %d : %" PRIu64 "\n", i,a2[i]);

/\*intt\_a1\_res[i] = 0;

intt\_a2\_res[i] = 0;

ntt\_res[i] = 0;\*/

}

printf("pre processing completed");

ntt\_CT\_p(a1, modulus, N);

ntt\_CT\_p(a2, modulus, N);

for (int32\_t i = 0; i < N; i++)

intt\_mul\_res[i] = mod\_mul\_p(a1[i], a2[i], modulus);

intt\_CT\_p(intt\_mul\_res, modulus, ntt\_res, N);

uint64\_t med = modulus / 2;

for (int i = 0; i < N; i++) {

result->coefsT[i] = (Torus32)((ntt\_res[i] & 0xffffffff) - (ntt\_res[i] > med)); // worked!

}

}

void intt\_CT\_p(uint64\_t x[], uint64\_t modulus, uint64\_t y[], int N) {

uint64\_t b = 0;

int inv = 0;

bitrev\_shuffle\_p(x, N);

for (int trans\_size = 2; trans\_size <= N; trans\_size = trans\_size \* 2) {

uint64\_t wb = 1;

for (int t = 0; t < (trans\_size >> 1); t++) {

for (int trans = 0; trans < (N / trans\_size); trans++) {

int i = trans \* trans\_size + t;

int j = i + (trans\_size >> 1);

uint64\_t a = x[i];

if (wb == 1)

b = x[j];

else

b = mod\_mul\_p(x[j], wb, modulus);

x[i] = mod\_add(a, b, modulus);

x[j] = mod\_sub(a, b, modulus);

}

wb = wb\_inverse\_2[inv];

inv++;

}

}

int i = 0;

for (i = 0; i < N; i++) {

y[i] = mod\_mul\_p(x[i], scale\_2, modulus); //scale\_2\*phi inversev, modulus (phi inverse sclaed)

uint64\_t phi = phi\_inverse\_2[i];

y[i] = mod\_mul\_p(y[i], phi, modulus);

}

}

void ntt\_CT\_p(uint64\_t x[], uint64\_t modulus, int N) {

uint64\_t b = 0;

//uint64\_t c=0;

bitrev\_shuffle\_p(x, N);

int wbarr = 0;

for (int trans\_size = 2; trans\_size <= N; trans\_size = trans\_size \* 2) {

uint64\_t wb = 1;

for (int t = 0; t < (trans\_size >> 1); t++) {

for (int trans = 0; trans < (N / trans\_size); trans++) {

int i = trans \* trans\_size + t;

int j = i + (trans\_size >> 1);

uint64\_t a = x[i];

if (wb == 1) {

b = x[j];

}

else {

//c=mod\_mul\_p2(x[j], wb, modulus);

b = mod\_mul\_p(x[j], wb, modulus);

}

x[i] = mod\_add(a, b, modulus);

x[j] = mod\_sub(a, b, modulus);

}

wb = wb\_normal\_2[wbarr];

wbarr++;

}

}

}

void bitrev\_shuffle\_p(uint64\_t x[], int N) {

int j = 0;

for (int i = 1; i < N; i++) {

int b = N >> 1;

while (j >= b) {

j -= b;

b >>= 1;

}

j += b;

if (j > i) {

uint64\_t temp = x[j];

x[j] = x[i];

x[i] = temp;

}

}

}

uint64\_t mod\_mul\_p(uint64\_t x, uint64\_t y, uint64\_t p) {

uint32\_t x0 = (uint32\_t)x;

uint32\_t x1 = (uint32\_t)(x >> 32);

uint32\_t y0 = (uint32\_t)y;

uint32\_t y1 = (uint32\_t)(y >> 32);

uint64\_t x0y0 = (uint64\_t)x0 \* (uint64\_t)y0;

uint64\_t x0y1 = (uint64\_t)x0 \* (uint64\_t)y1;

uint64\_t x1y0 = (uint64\_t)x1 \* (uint64\_t)y0;

uint64\_t x1y1 = (uint64\_t)x1 \* (uint64\_t)y1;

uint32\_t d = (uint32\_t)x0y0;

uint64\_t pp1 = (x0y0 >> 32) + (uint32\_t)(x1y0)+(uint32\_t)(x0y1);

uint32\_t c = (uint32\_t)pp1;

uint64\_t pp2 = (x1y0 >> 32) + (x0y1 >> 32) + (uint32\_t)(x1y1);

uint64\_t pp3 = (pp1 >> 32) + (uint32\_t)(pp2);

uint32\_t a = (pp2 >> 32) + (x1y1 >> 32);

uint64\_t bpc = (uint32\_t)pp3 + (uint64\_t)c; //1fffffffe max

bpc = ((bpc + (bpc >> 32)) << 32) - (bpc >> 32); //1fffffffe +

uint64\_t mines = ((uint64\_t)a + ((uint64\_t)(uint32\_t)pp3));

uint64\_t plus = bpc + (uint64\_t)d;

if (plus >= mines)

return (plus - mines);

else

return p - mines + plus;

/\* result = result +p;

if(result>p)

result -=p;

\*/

}

//initialize the key structure

//(equivalent of the C++ constructor)

//allocates and initialize the IntPolynomial structure

//(equivalent of the C++ new)

int main() {

// Write C code here

printf("Hello world");

//uint64\_t\* poly1[1024];

// uint64\_t\* poly2[1024];

// uint64\_t\* result[1024];

int N=1024,i;

//struct IntPolynomial a[1024];

//struct TorusPolynomial b[1024];

//struct TorusPolynomial c[1024];

struct IntPolynomial poly1;

struct TorusPolynomial poly2;

struct TorusPolynomial result;

for( i=0;i<N;i++)

{

poly1.coefs[i]= (i+1);

poly2.coefsT[i]= (i+1);

result.coefsT[i]=0;

}

//poly2.coefsT = new int32\_t[N];

// Initialize poly2 coefficients

printf("intialisasaation completed");

PolynomialMultFFT(&result, &poly1, &poly2);

// Display the result

for (int i = 0; i < N; i++) {

printf("%d", result.coefsT[i] );

}

return 0;

}